Research in School and Virtual Learning (2026) 14 (2): 61-78
DOI: 10.30473/etl.2026.76740.4555
Received: 05 Dec 2025 Accepted: 05 Oct 2026

Open Access

Research in School and Virtual Learning

ORIGINAL ARTICLE

The Representation of Number Sense Components in Primary School Mathematics Textbooks

Hamideh Yazdi[1], Maryam Mohsenpour[2*], Soheila Gholam Azad[3], Belal Izanloo[4]

1 PhD Candidate in Educational Psychology, Alzahra University, Tehran, Iran.
2 Associate Professor, Department of Educational Psychology, Faculty of Education and Psychology, Alzahra University, Tehran, Iran.
3 Assistant Professor, Educational Research and Planning Organization, Institute for Educational Studies, Tehran, Iran.
4 Assistant Professor, Department of Curriculum Planning, Kharazmi University, Tehran, Iran.

Correspondence
Name: Maryam Mohsenpour
Email: m.mohsenpour@alzahra.ac.ir

How to cite:
Yazdi, H. Mohsenpour, M. Gholam Azad, S. Izanloo, B. (2026). The Representation of Number Sense Components in Primary School Mathematics Textbooks. Research in School and Virtual Learning, 14 (2), 61-78.

EXTENDED ABSTRACT

Introduction: Mathematics is widely recognized as a foundational competency for effective participation in individual, social, and professional life, which going beyond mere procedural calculations to encompass conceptual understanding, reasoning, and the application of mathematical concepts in real-world situations (Organisation for Economic Co-operation and Development [OECD], 2023; National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2020). In the early years of schooling, number sense serves as a critical foundation for mathematical learning, comprising essential components such as numerical knowledge, understanding of numerical relations, and operations on numbers (Jordan, Devlin, & Botello, 2022). These foundational abilities are closely linked to subsequent mathematical learning, including fractions and broader formal mathematical concepts, and difficulties in this area can hinder students' mathematical development (Viegut et al., 2023; Corso, Corso, & de Salles, 2024). Therefore, examining how number sense components are represented and distributed within the formal curriculum of early elementary grades is essential.

Textbooks function as primary channels for transmitting curriculum content and providing learning opportunities for both teachers and students; consequently, the quality and nature of their content significantly influence students' learning experiences and academic achievement (Pepin, 2018; van den Ham & Heinze, 2018). Content analysis of textbooks enables researchers to evaluate the extent to which official curricula address key concepts, skills, and learning opportunities (Son & Diletti, 2017; Chang & Silalahi, 2017). Despite previous research on textbook contents, a systematic investigation of number sense components and their distribution across the first, second, and third grades remains necessary. Accordingly, this study aimed to identify number sense components in the mathematics textbooks of grades 1, 2, and 3, and to examine their distribution and information weight in differentiating across grade levels.

Method: This study employed a documentary analysis design with a qualitative–quantitative approach to examine the representation of number sense components in the mathematics textbooks of Grades 1–3. The research was carried out in four stages: extracting number sense components from the literature, developing and validating a content-analysis checklist, coding the textbooks, and analyzing the frequency and information weight of the components using Shannon entropy.

In the first stage, studies on number sense published from 1990 onward were reviewed using the keyword "Number Sense." After screening sources by subject area, target age group, and relevance, common components were identified and overlapping ones were integrated through qualitative–comparative content analysis. The resulting checklist included components such as counting, number recognition, numerical relations and comparison, calculation, estimation, use of different representations, judging the reasonableness of results, and selecting appropriate numerical strategies. To determine the content indicators of each component, the checklist and its operational definitions were reviewed by five experienced primary mathematics teachers and by experts in mathematics education, and were revised based on their feedback.

The research documents were the mathematics textbooks for Grades 1, 2, and 3 used in the 1402–1403 academic year. All pages, examples, exercises, and activities were examined and coded. Data were collected using the content-analysis checklist

and a coding form. After calculating the frequency of each component, Shannon entropy was used to determine its relative importance and information weight, and comparative analysis was employed to examine changes in the components across the three grade levels.

To enhance validity, the content validity of the instrument was examined by five experts. Coding reliability was assessed through pilot coding, review of the operational definitions, and inter-coder agreement.

Findings: In total, 963 instances of number sense components were identified across the Grade 1–3 mathematics textbooks (341 in Grade 1, 313 in Grade 2, and 309 in Grade 3). The most frequent components were, in order, "pattern recognition," "Composing and decomposing numbers," "Word problem solving," and "Number relations." In contrast, "Distinguishing number from magnitude" and "Understanding the effects of operations on numbers" were not observed in any of the three textbooks.

The Shannon entropy analysis showed that "Judging the reasonableness of results" played the greatest role in discriminating among grade levels. "Composing and decomposing numbers," despite its relatively high frequency, obtained a very low information weight due to its nearly uniform distribution across the three grades. The distribution pattern also showed that "pattern recognition" and "Number relations" decrease in higher grades, whereas "Word problem solving," "Selecting appropriate numerical strategies," and "Numerical flexibility" follow an increasing trend. "Estimation," "Number line estimation," and "Use of benchmarks" had a very limited presence, especially in Grade 1. Overall, the textbooks emphasize foundational skills and number structure, but several key number sense components—particularly "Distinguishing number from magnitude," "Understanding the effects of operations on numbers," "Multiple representations," and "Judging the reasonableness of results"—are underrepresented.

Discussion and Conclusion: The findings showed that the distribution of number sense components across the Grade 1–3 textbooks is not balanced. Foundational components such as "pattern recognition," "number relations," and "Composing and decomposing numbers" had the highest frequency, whereas "Distinguishing number from magnitude," "Understanding the effects of operations on numbers," and "Judging the reasonableness of results" were almost absent. "Estimation," "Number line estimation," and "Use of benchmarks" were very limited, especially in Grade 1.

The progression of components did not follow a gradual developmental logic: "Pattern recognition" decreased from Grade 1 to Grade 3, and "Word problem solving" increased without complementary support from "Estimation" and "Judging the reasonableness of results." Shannon entropy showed that components with a more uniform distribution across grades—"Composing and decomposing numbers," "Word problem solving," and "Number relations"—carry greater information weight and can serve as core indicators for number sense assessment, whereas components concentrated in a single grade had lower weights.

Overall, the textbooks performed well on foundational components but were weak in components related to "Numerical flexibility," "Selecting appropriate numerical strategies," "Estimation," and "Judging the reasonableness of results," which can negatively affect mathematical development in higher grades. The convergence of the comparative analysis and Shannon entropy results increases the credibility of the findings and indicates the need to revise and balance number sense content across grades. These findings can inform textbook revision, the development of culturally appropriate number sense assessment instruments, and item weighting; future research should also examine how these representations are enacted in classroom instruction and reflected in students' actual performance.

References

Chang, C. C., & Silalahi, S. M. (2017). A review and content analysis of mathematics textbooks in educational research. *Problems of Education in the 21st Century*, 75(3), 235–251. https://doi.org/10.33225/pec/17.75.235

Corso, L. V., Corso, H. V., & de Salles, J. F. (2024). Intervention in mathematical skills: Number sense. In C. d. O. Cardoso & N. M. Dias (Eds.), *Neuropsychological interventions for children* (Vol. 1). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-031-53586-4_12

Jordan, N. C., Devlin, B. L., & Botello, M. (2022). Core foundations of early mathematics: Refining the number sense framework. *Current Opinion in Behavioral Sciences*, 46, Article 101181. https://doi.org/10.1016/j.cobeha.2022.101181

National Council of Teachers of Mathematics. (2020). *Catalyzing change in early childhood and elementary mathematics: Initiating critical conversations*. NCTM.

Organisation for Economic Co-operation and Development. (2023). *PISA 2022 results: The state of learning and equity in education*. OECD Publishing. https://doi.org/10.1787/53f23881-en

Pepin, B. (2018). Enhancing teacher learning with curriculum resources. In L. Fan, L. Trouche, C. Qi, S. Rezat, & J. Visnovska (Eds.), *Research on mathematics textbooks and teachers' resources: Advances and issues* (pp. 359–374). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-73253-4_17

Son, J. W., & Diletti, J. (2017). What can we learn from textbook analysis? In J. W. Son, T. Watanabe, & J. J. Lo (Eds.), *What matters? Research trends in international comparative studies in mathematics education* (pp. 3–32). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-51187-0_1

Van den Ham, A. K., & Heinze, A. (2018). Does the textbook matter? Longitudinal effects of textbook choice on primary school students' achievement in mathematics. *Studies in Educational Evaluation*, 59, 133–140. https://doi.org/10.1016/j.stueduc.2018.07.005

Viegut, A. A., Resnick, I., Miller-Cotto, D., Newcombe, N. S., & Jordan, N. C. (2023). Tracking informal fraction knowledge and its correlates across first grade. *Developmental Psychology*, 59(6), 1083–1095. https://doi.org/10.1037/dev0001581.

A B S T R A C T

This study aimed to examine the representation of number sense components in mathematics textbooks used in the first cycle of primary education. Shannon entropy employed to calculate the relative weight of each component, while comparative analysis used to investigate patterns in the distribution of these components across grade levels. The units of analysis consisted of the activities and exercises presented in the mathematics textbooks for Grades 1, 2, and 3 of primary school. Data collected using a checklist of number sense components and a content analysis coding form developed on the basis of the theoretical literature and previous empirical studies in the field of number sense.

The findings indicated that the components "reasonableness checking" (0.318), "counting" (0.254), and "adaptive strategy use" (0.076) received the greatest emphasis. In contrast, the components "number composition and decomposition," "distinguishing quantity from physical size," and "understanding the effects of operations on numbers" received the least emphasis. The results further showed that the textbooks mainly emphasized foundational number sense skills, including counting, number recognition, and computation. However, higher-order conceptual aspects of number sense, such as estimation and understanding the effects of operations on numbers, were less frequently represented. In addition, the comparative analysis revealed that the distribution of some components across grade levels lacked sufficient coherence and continuity. These findings highlight the need for a more balanced representation of number sense components in primary mathematics textbooks and may contribute to the development of culturally grounded assessment tools within the context of the Iranian educational system.

K E Y W O R D S

Number Sense, Mathematics Textbook Content Analysis, Early Elementary Education.

© 2026, by the author (s). Published by Payame Noor University, Tehran, Iran.
This is an open access article under the CC BY 4.0 license (http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

سال چهاردهم، شماره دوم، پیاپی پنجاه و سوم، تابستان ۱۴۰۵ (۶۱-۷۸)

تاریخ دریافت: ۱۴۰۴/۰۹/۱۴ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۵/۰۷/۱۳

DOI: 10.30473/etl.2026.76740.4555

نشریه علمی

پژوهش در یادگیری آموزشگاهی و مجازی

«مقاله پژوهشی»

بازنمایی مؤلفه‌های درک عددی در کتاب‌های ریاضی دوره اول ابتدایی

حمیده یزدی[۱]، مریم محسن پور[۲*]، سهیلا غلام آزاد[۳]، بلال ایزانلو[۴]

۱ دانشجوی دکتری، گروه روان‌شناسی تربیتی، دانشکده علوم تربیتی و روان‌شناسی، دانشگاه الزهرا، تهران، ایران.

۲ دانشیار، گروه روان‌شناسی تربیتی، دانشکده علوم تربیتی و روان‌شناسی، دانشگاه الزهرا، تهران، ایران.

۳ استادیار، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، پژوهشگاه مطالعات آموزش و پرورش، تهران، ایران.

۴ استادیار، گروه برنامه‌ریزی درسی، دانشگاه خوارزمی، تهران، ایران.

نویسنده مسئول:
مریم محسن پور
رایانامه: m.mohsenpour@alzahra.ac.ir

چکیده

پژوهش حاضر با هدف بررسی میزان بازنمایی مؤلفه‌های درک عدد در کتاب‌های درسی ریاضی دوره اول ابتدایی انجام شد. برای محاسبه وزن نسبی هر مؤلفه از روش آنتروپی شانون و برای بررسی الگوهای توزیع مؤلفه‌ها در پایه‌های مختلف از تحلیل تطبیقی استفاده شد. واحدهای تحلیل شامل فعالیت‌ها و تمرین‌های موجود در کتاب‌های ریاضی پایه‌های اول، دوم و سوم ابتدایی بود. داده‌ها با استفاده از چک‌لیست مؤلفه‌های درک عدد و فرم کدگذاری تحلیل محتوا که بر اساس پیشینه نظری و پژوهش‌های معتبر حوزه درک عدد تدوین شده بودند، گردآوری شدند.

یافته‌ها نشان داد که مؤلفه‌های «تشخیص منطقی بودن نتایج» (۰/۳۱۸)، «شمارش» (۰/۲۵۴) و «توانایی انتخاب راهبردهای عددی مناسب» (۰/۰۷۶) دارای بیشترین وزن بودند. در مقابل، مؤلفه‌های «ترکیب و تجزیه اعداد»، «تمایز بین بزرگی و تعداد» و «درک تأثیر عملیات بر اعداد» کمترین میزان تأکید را به خود اختصاص داده بودند. نتایج نشان داد که کتاب‌های درسی عمدتاً بر مهارت‌های بنیادی درک عدد، از جمله «شمارش»، «تشخیص اعداد» و «محاسبه» تأکید دارند. با این حال، جنبه‌های مفهومی و سطح بالاتر درک عدد، مانند «تقریب» و «درک تأثیر عملیات بر اعداد»، کمتر مورد توجه قرار گرفته‌اند. همچنین، تحلیل تطبیقی نشان داد که توزیع برخی مؤلفه‌ها در پایه‌های مختلف از انسجام کافی برخوردار نیست. این نتایج بر ضرورت بازنمایی متوازن‌تر مؤلفه‌های درک عدد در کتاب‌های درسی ریاضی دوره ابتدایی تأکید می‌کند و می‌تواند در طراحی ابزارهای سنجش بومی متناسب با بافت آموزشی ایران استفاده شود.

واژه‌های کلیدی

درک عددی، تحلیل محتوای کتاب درسی ریاضی، دوره اول ابتدایی.

استناد به این مقاله:

حمیده یزدی، مریم محسن پور، سهیلا غلام آزاد، بلال ایزانلو (۱۴۰۵). بازنمایی مؤلفه‌های درک عددی در کتاب‌های ریاضی دوره اول ابتدایی. فصلنامه پژوهش در یادگیری آموزشگاهی و مجازی، ۱۴ (۲)، ۶۱-۷۸.

© 2026, by the author (s). Published by Payame Noor University, Tehran, Iran.
This is an open access article under the CC BY 4.0 license (http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

مقدمه

در جوامع امروزی، ریاضیات به‌عنوان یکی از شایستگی‌های بنیادین برای مشارکت مؤثر در زندگی فردی، اجتماعی و حرفه‌ای شناخته می‌شود. سازمان همکاری و توسعه اقتصادی، سواد ریاضی را توانایی به‌کارگیری مفاهیم و استدلال‌های ریاضی در موقعیت‌های واقعی زندگی تعریف می‌کند و آن را از مهارت‌های ضروری قرن بیست‌ویکم می‌داند (سازمان همکاری و توسعه اقتصادی[1]، ۲۰۲۳). با وجود اهمیت بنیادین ریاضیات، این درس در دوره ابتدایی اغلب برای دانش‌آموزان چالش‌برانگیز تلقی می‌شود؛ زیرا ماهیت انتزاعی برخی مفاهیم و ناتوانی در برقراری ارتباط میان آموخته‌های ریاضی و موقعیت‌های واقعی زندگی، می‌تواند یادگیری آن را دشوار سازد (کارالی[2]، ۲۰۲۲). در رویکردهای سنتی آموزش ریاضی، موفقیت ریاضی غالباً با توانایی انجام محاسبات و کار با نمادهای انتزاعی تعریف می‌شود؛ درحالی‌که رویکردهای نوین بر استدلال، درک مفهومی و کاربرد ریاضیات در موقعیت‌های واقعی تأکید دارد (شورای ملی معلمان ریاضی[3]، ۲۰۲۰). با وجود این تغییر دیدگاه، ریاضیات مدرسه‌ای هنوز در بسیاری از نظام‌های آموزشی به‌صورت مجموعه‌ای خطی و مجزا از موضوعات آموزشی ارائه می‌شود که یادگیری آن بیشتر مبتنی بر رویه‌ها و الگوریتم‌هاست تا معنا و فهم عمیق مفاهیم. بسیاری از دانش‌آموزان ریاضیات را با توصیف‌هایی نظیر «خسته‌کننده»، «اضطراب‌آور»، «دشوار» و «زبانی نامفهوم» توصیف می‌کنند و آن را دانشی می‌دانند که ارتباط اندکی با زندگی روزمره آنان دارد (تانهایزر و کوستلر[4]، ۲۰۲۱). در چنین نگرشی، هدف اصلی ریاضیات مدرسه‌ای اغلب صرفاً آمادگی برای مباحث بعدی همان درس، پایه تحصیلی بعد یا مقاطع بالاتر تلقی می‌شود. در نتیجه، موفقیت در ریاضیات بیشتر با توانایی انجام سریع و دقیق محاسبات برابر دانسته می‌شود (لیوا[5]، ۲۰۲۲).

پژوهش‌های متعدد نشان می‌دهند که کودکان پیش از ورود رسمی به مدرسه، سطوح متفاوتی از توانایی‌ها و تجربیات ریاضی را با خود به محیط آموزشی وارد می‌کنند. مهارت‌های مرتبط با مفهوم عدد، حتی بدون آموزش رسمی، از سال‌های نخست زندگی آغاز به شکل‌گیری می‌کنند. برای نمونه، کودکان خردسال به‌طور طبیعی قادرند تفاوت‌های ساده عددی را در محیط پیرامون خود تشخیص دهند؛ مانند تمایز میان یک شیء و دو شیء. با این حال، این دریافت‌های اولیه عمدتاً شهودی و غیررسمی بوده و معمولاً به مقادیر کوچک یا برآوردهای تقریبی محدود می‌شوند. با افزایش سن، به‌ویژه در دوره پیش‌دبستان و سال‌های آغازین دبستان، کودکان به‌تدریج توانایی‌های دقیق‌تر و آگاهانه‌تری در فهم و به‌کارگیری مفاهیم عددی کسب می‌کنند؛ توانایی‌هایی که با استفاده از نمادها و بازنمایی‌های رسمی اعداد گسترش می‌یابند (جردن و دیسون[6]، ۲۰۲۵). یادگیری اولیه اعداد شامل سه رشته کلیدی است که با هم کار می‌کنند تا چیزی را که به عنوان «درک عددی[7]» شناخته می‌شود، تشکیل دهند. این رشته‌ها شامل دانش اعداد، درک روابط بین اعداد و یادگیری عناصر عملیات عددی هستند (جردن، دولین و بوتلو[8]، ۲۰۲۲). درک عددی یک مهارت بنیادین در ریاضیات است و ضعف در آن، یکی از مهم‌ترین دلایل پایین بودن پیشرفت ریاضی در سال‌های ابتدایی محسوب می‌شود و تمرکز بر مداخله‌های مبتنی بر درک عددی، رویکردی پیشگیرانه و اصلاحی برای شناسایی و کاهش مشکلات یادگیری ریاضی در سنین پایین فراهم می‌کند (کرس[9] و همکاران، ۲۰۲۴). شورای ملی معلمان ریاضی (۲۰۱۰) در اصول و استانداردهای ریاضیات مدرسه‌ای بیان کرد که توسعه درک عددی، مرکز این استانداردها است. علاوه بر شورای ملی معلمان ریاضی، سایر گزارش‌ها و مطالعات نیز بر اهمیت درک عددی در آموزش و یادگیری ریاضی تأکید می‌کنند (ورشافل، گریر و دکورت[10]، ۲۰۰۷). پژوهش‌ها نشان می‌دهند که توانایی درک عددی، نقش تعیین‌کننده‌ای در شکل‌گیری شایستگی ریاضی دارد و روش‌های سنجش آن معمولاً شامل تکالیفی مانند شمارش، تقریب و درک روابط میان اعداد است (کرس و همکاران، ۲۰۲۴).

درک عددی مستقیماً با مهارت‌های رسمی ریاضی که در مدرسه تدریس می‌شوند، مرتبط هستند و پایه و اساس موفقیت در بسیاری از مباحث ریاضی، مانند کسرها (ویگوت[11] و همکاران، ۲۰۲۳) و جبر (فاکس[12] و همکاران، ۲۰۲۱) را تشکیل می‌دهند. در حالی که برنامه درسی اولیه ریاضی طیف وسیعی از موضوعات – از جمله هندسه (به عنوان مثال، تشخیص و مقایسه تعداد اضلاع در اشکال) و اندازه‌گیری و تجزیه و تحلیل داده‌ها (به عنوان مثال، مقایسه طول اشیاء) –

1 Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD)
2 Karali
3 National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]
4 Thanheiser, Koestler
5 Leyva

6 Jordan, Dyson
7 number sense
8 Jordan, Devlin, Botello
9 Corso
10 Verschaffel, Greer, De Corte.
11 Viegut
12 Fuchs

را پوشش می‌دهد، همه این موضوعات به کاربرد مهارت‌های عددی متکی هستند (شورای ملی تحقیقات ایالات متحده[1]، ۲۰۰۹).

برنامه درسی ریاضی هر کشور به عنوان یکی از عوامل مهم مؤثر بر یادگیری دانش‌آموزان است. کتاب‌های درسی ریاضی، جزء مهمی از برنامه درسی است که بر شیوه‌های یادگیری ریاضی دانش‌آموزان و عملکرد آن‌ها تأثیر می‌گذارد. کتاب‌های درسی برای دانش‌آموزان به منظور حمایت از یادگیری با محتوای مناسب و فعالیت‌های کلاسی که دانش‌آموزان می‌توانند به صورت شخصی یا گروهی با آن‌ها درگیر شوند، در اختیار دانش‌آموزان قرار می‌گیرند. از این نظر، کتاب‌های درسی عموما هم برای معلمان و هم برای دانش‌آموزان مفید هستند و ارزش واقعی یک کتاب درسی بر اساس میزان کمک آن به آموزش دانش‌آموزان تعیین می‌شود. نقش محوری کتاب‌های درسی در آموزش و یادگیری ریاضیات به طور گسترده توسط محققان تأیید شده است. به طور کلی، این موضوع مورد توافق است که کتاب‌های درسی به عنوان انتقال‌دهنده‌های اصلی محتوای برنامه درسی در آموزش معاصر، جایگاه محوری دارند (فاستر[2] و همکاران، ۲۰۲۲). در آموزش ریاضی، کتاب‌های درسی ریاضی نقش برجسته‌ای در راهنمایی معلمان در مورد مطالب خاص برای تدریس دارند. به بیان ساده، کتاب‌های درسی ریاضی به معلمان کمک می‌کند تا موضوعات یادگیری را که در کلاس درس پوشش داده می‌شود، طراحی و توصیف کنند؛ در واقع کتاب‌های ریاضی به عنوان مجاری اصلی برای انتقال مفاهیم و مهارت‌های ریاضی به دانش‌آموزان عمل می‌کنند و همزمان راهنمایی‌های ضروری را برای معلمان ارائه می‌دهند (کیلکان[3]، ۲۰۲۰).

کیفیت محتوای کتاب‌های درسی می‌تواند تأثیرات مثبت و منفی بر یادگیری دانش‌آموزان داشته باشد و ارزیابی و بهبود محتوای کتاب‌های درسی را به یک تلاش ارزشمند تبدیل کند (برتینگ[4] و همکاران، ۲۰۱۹). تجزیه و تحلیل کتاب‌های درسی به پژوهشگران آموزشی در درک اثربخشی طرح‌ها و رویکردهای خاص کمک می‌کند همچنین می‌تواند به درک آنچه از نظر آموزش و توسعه برنامه درسی مورد نیاز است، کمک کند. به دلیل اهمیت کتاب‌های درسی، تعداد مطالعات در مورد کتاب‌های درسی به سرعت رشد کرده است. مطالعات گذشته که کتاب‌های درسی را بررسی می‌کردند، عمدتا بر بررسی پوشش موضوعی محتوایی تاکید داشته‌اند (مایر[5] و همکاران، ۱۹۹۵). برخی مطالعات بین‌المللی که شامل تحلیل کتاب‌های درسی هستند، به عنوان متاآنالیز شناخته می‌شوند و تلاش می‌کنند تا فرصت‌های یادگیری نهفته در کتاب‌های درسی را که در چارچوب‌های خاص زمینه‌سازی شده‌اند و تأثیرات مرتبط آنها بر پیشرفت تحصیلی را آشکار کنند (سان و دیلتی[6]، ۲۰۱۷). علاوه بر این در ارزیابی‌هایی مانند پیزا[7] و تیمز[8] اهمیت کتاب‌های درسی به عنوان منابع اصلی برای یادگیری و منبع اصلی تکالیفی که پایه و اساس یادگیری مفهومی معنادار، کسب مهارت‌های ضروری ریاضی و مشارکت در تمرین‌های مهم ریاضی است، منعکس می‌شود. اهمیت این امر تا حدی بوده است که کنگره بین‌المللی آموزش ریاضی یک گروه تحقیقاتی برای این حوزه خاص ایجاد کرده است (جانستون – وایلدر و میسون[9]، ۲۰۰۴).

کتاب‌های درسی صرفاً فعالیت‌های ریاضی در نظر گرفته نمی‌شوند. آنها همچنین کاتالیزورهایی برای ترویج استدلال ریاضی (لیتنر[10]، ۲۰۰۴) و پرورش فرصت‌های یادگیری در ریاضیات هستند (سالیوان[11] و همکاران، ۲۰۱۲). تکالیف ارائه‌شده در کتاب‌های درسی می‌توانند تأثیر مستقیمی بر فرآیندهای شناختی دانش‌آموزان داشته باشند، بر سازماندهی افکار آنها تأثیر بگذارند و دیدگاه‌های آنها را در مورد یک موضوع خاص محدود یا گسترش دهند. مثال‌ها و تمرین‌های حل‌شده، اجزای اصلی محتوای کتاب درسی محسوب می‌شوند که هم در کلاس درس و هم در خانه استفاده می‌شوند و بنابراین تأثیر قابل توجهی بر درک ریاضی دانش‌آموزان دارند (سالیوان، ۲۰۱۲).

مطالعات متعددی به بررسی کتاب‌های درسی ریاضی از کشورهای مختلف پرداخته‌اند و نقش حیاتی کتاب‌های درسی را در تعامل با محتوای ریاضی و ارائه منابع آموزشی و اصلاحات برنامه درسی ارزیابی کرده‌اند (پپین[12]، ۲۰۱۸). همچنین مطالعات بسیاری نشان داده‌اند که تفاوت‌ها در کتاب‌های درسی ریاضی می‌تواند به طور قابل توجهی بر دستاوردهای دانش ریاضی تاثیر بگذارد. به طور خاص، کیفیت کتاب‌های درسی می‌تواند

1 US National Research Council
2 Foster
3 Kilcan
4 Bråting

5 Mayer
6 Son, Diletti
7 PISA
8 TIMSS
9 Johnston-Wilder, Mason
10 Lithner
11 Sullivan
12 Pepin

نحوه یادگیری ریاضی دانش‌آموزان را شکل دهد (ون دن هام و هینز[1]، ۲۰۱۸).

از جمله پژوهش‌های مربوط به تحلیل محتوای کتاب‌های ریاضی در خارج از کشور می‌توان به پژوهش چانگ و سیلالهی[2] (۲۰۱۷) اشاره کرد. پژوهش آن‌ها بررسی و تجزیه و تحلیل مقالاتی بود که با موضوع تحلیل محتوای کتاب‌های درسی ریاضی انجام شده بود. نتایج پژوهش آن‌ها نشان داد که اعداد و عملیات و همچنین جبر و حساب، سرفصل‌های درسی بودند که در مقاله‌ها غالب بودند. همچنین دریافتند که جمع و تفریق موضوعاتی هستند که بیشترین تحلیل را دارند. لی و کولم[3] (۲۰۰۸) ذکر کردند که جمع و تفریق موضوع اساسی و مهمی برای معلمان و دانش‌آموزان است؛ بنابراین اولین قدمی است که باید در فرآیند آموزش و یادگیری ریاضیات اجرا شود. چانگ و سیلالهی (۲۰۱۷) در مطالعه خود همچنین دریافتند که کتاب‌های درسی استفاده‌شده در مقطع ابتدایی و دبیرستان، رایج‌ترین کتاب‌هایی هستند که بررسی شده‌اند و بیشترین هدف پژوهش‌ها بوده است. از نظر آن‌ها کتاب‌های درسی مقطع ابتدایی اغلب برای تجزیه و تحلیل انتخاب می‌شوند؛ زیرا این مقطع اولین سطح مدرسه است که در آن کودک شروع به یادگیری و درک عددی و نحوه تفکر ریاضی می‌کند. زو و فن[4] (۲۰۰۶) نحوه بازنمایی مسائل ریاضی در کتاب‌های درسی استفاده‌شده در چین و ایالات متحده را بررسی کردند. یافته‌های آنان نشان داد که کتاب‌های درسی ایالات متحده سهم بیشتری از مسائل کاربردی، باز و نیازمند راهبردهای متنوع حل مسئله را شامل می‌شوند؛ در حالی‌که کتاب‌های درسی چین بیشتر بر مسائل چندمرحله‌ای و چالش‌برانگیز با تأکید بر دقت محاسباتی و استدلال ریاضی تمرکز دارند. الجمی[5] (۲۰۱۲) کتاب‌های درسی ریاضی دوره ابتدایی در ژاپن، کویت و ایالات متحده را با تمرکز بر نحوه آموزش مفهوم کسر تحلیل کرد. یافته‌های این پژوهش نشان داد که در هر سه نظام آموزشی، تأکید اصلی بر آموزش روش‌های استاندارد حل مسئله و رویه‌های رسمی محاسباتی به‌عنوان مبنای یادگیری قرار دارد.

بررسی پیشینه مطالعات داخلی در حوزه تحلیل محتوای کتاب‌های ریاضی دوره ابتدایی نشان داد که پژوهش‌های بسیاری در این زمینه انجام شده است؛ از جمله پژوهش اسدی و خودکار (۱۴۰۰) که در تحلیل محتوای کتاب ریاضی پایه پنجم ابتدایی بر اساس تکنیک ویلیام رومی نشان دادند که این کتاب بسیار فعالیت‌محور است و تمرین‌های زیاد موجب خستگی دانش‌آموزان و یادگیری خنثی می‌شود و جزء محتواهای غیرفعال قرار می‌گیرند. فیروزشاهی و یافتیان (۱۳۹۹) محتوای کتاب ریاضی پایه ششم را بر اساس شناسایی مؤلفه‌های سواد ریاضی تحلیل کرده و نشان دادند کتاب‌های درسی به مسائل زمینه‌مدار کمتر پرداخته‌اند و عدم پراکندگی یکسان مسائل زمینه‌مدار و عدم توجه همسان به زمینه‌ها، محتوا و فرآیندهای ریاضی یکی از کاستی‌های کتاب ریاضی ششم است. شیروانی شیری و جمالی فرد، آزادی (۱۳۹۹) در تحلیل محتوای کتاب‌های ریاضی پایه اول ابتدایی از منظر شاخص خلاقیت گیلفورد کتاب‌های ریاضی آمریکا، ژاپن و ایران را از منظر شاخص خلاقیت گیلفورد تحلیل کیفی کردند و نشان دادند که میزان تکالیف واگرا ارائه‌شده در هر یک از این سه کتاب یکسان نبوده و هر یک، سطح متفاوتی از شاخص‌های خلاقیت گیلفورد را دارا هستند. محتوای کتاب ریاضی ژاپن روی تفکر همگرا تمرکز بیشتری دارد. تفکر ارزشیاب تنها در محتوای کتاب ریاضی پایه اول ابتدایی کشور آمریکا گنجانده شده است. محتوای کتاب ریاضی پایه اول ایران، دانش‌آموزان را از مبحث اصلی دور می‌کند و این تکالیف، تفکر دانش‌آموزان را به سمت مفاهیمی غیر از مفاهیم موجود در کتاب ریاضی و مبحث مورد نظر سوق می‌دهد و این نه تنها کمکی به خلاقیت ذهنی دانش‌آموزان نمی‌کند؛ بلکه دانش‌آموزان را از فکر کردن خسته می‌کند. عسکری رباطی و خلیلی کلاکی (۱۳۹۹) محتوای کتاب ریاضی پایه سوم ابتدایی را براساس جایگاه برنامه‌ریزی حل مسئله تحلیل کردند. آن‌ها برای تحلیل محتوای کتاب از چک‌لیست انواع مختلف مسئله ریس و همکاران (۱۹۹۹) استفاده کردند و نشان دادند در بخش‌های مختلف محتوای کتاب، توزیع مناسب و یکنواختی از انواع مختلف مسئله استفاده نشده است. اچرش (۱۳۹۸) کتاب ریاضی پایه ششم ابتدایی را براساس چهار الگوی مختلف توجه به سطوح شناختی بلوم، اهمیت به خلاقیت از طریق انطباق با عوامل خلاقیت گیلفورد، مهارت‌های ذهنی گانیه و تعیین شاخص فعال بودن محتوا با توجه به تکنیک ویلیام رومی تحلیل کرد و دریافت در این کتاب از نظر توجه به حیطه‌های شناختی بلوم بیشتر به مقوله درک و فهم توجه شده، از نظر تطبیق محتوا براساس عوامل ذهنی گیلفورد، به تفکر همگرا نسبت به تفکر واگرا بیشتر توجه شده، از نظر تطبیق محتوا براساس مهارت‌های ذهنی گانیه، بیشتر به مفهوم تعریفی پرداخته شده و از نظر تطبیق متن و تصویر محتوا بر اساس تکنیک ویلیام رومی، متن و تصاویر غیرفعال هستند. در

1 Van Den Ham, Heinze
2 Chang, Silalahi
3 Li, Kulm
4 Zhu, Fan
5 Aljami

پژوهش‌های مذکور کتاب‌های ریاضی ابتدایی از نظر اینکه به کدام یک از شاخه‌های اعداد و عملیات، اندازه‌گیری‌ها، هندسه، جبر و حساب، و تجزیه و تحلیل داده‌ها و احتمالات بیشتر پرداخته شده یا اینکه در هر مبحث به کدام مؤلفه بیشتر توجه شده است، مورد تحلیل قرار نگرفته‌اند.

به طور کلی تحلیل کتاب درسی، در وسیع‌ترین معنای خود، شامل دو بُعد اصلی است: اول، بررسی دقیق کتاب‌های درسی یا مجموعه‌ای از کتاب‌های درسی، که اغلب بر چگونگی پرداختن به موضوعات خاص یا نحوهٔ ارائهٔ یک موضوع یا جنبهٔ خاص در کتاب درسی متمرکز است؛ دوم، تحلیل تطبیقی کتاب‌های درسی از یک کشور یا کشورهای متعدد که اغلب بر شناسایی اشتراکات و تفاوت‌های بین این متون تمرکز دارد. نوع دوم، که به عنوان تحلیل تطبیقی کتاب درسی شناخته می‌شود، مستلزم تحلیل هر کتاب درسی به صورت جداگانه است (فن[1] و همکاران، ۲۰۱۳) که اساس این ارزیابی تطبیقی را تشکیل می‌دهد.

با توجه به اینکه ریاضیات باید به‌عنوان یک حوزهٔ اساسی برای تمامی دانش‌آموزان در دورهٔ ابتدایی و متوسطه آموزش داده شود تا بتواند بنیانی پایدار برای تفکر علمی، استدلالی و حل مسئله فراهم کند و آنان را برای سطوح بالاتر یادگیری آماده سازد و از آنجا که کتاب درسی به‌عنوان اصلی‌ترین ابزار و نماد برنامه درسی رسمی توسط سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی تولید می‌شود و کیفیت آن نقش تعیین‌کننده‌ای در یادگیری مدرسه‌ای دارد؛ بررسی محتوای این کتاب‌ها اهمیت ویژه‌ای پیدا می‌کند. در سال‌های اخیر، نتایج آزمون‌های ملی و بین‌المللی از جمله تیمز نشان داده‌اند که بخشی از ناکارآمدی عملکرد ریاضی دانش‌آموزان ایرانی ریشه در ضعف در مؤلفه‌های بنیادین سواد عددی و درک عددی دارد؛ مؤلفه‌هایی که انتظار می‌رود در سال‌های آغازین مدرسه شکل بگیرند. از این رو، تحلیل دقیق محتوای کتاب‌های ریاضی دوره اول ابتدایی از این منظر ضروری است تا مشخص شود که این مؤلفه‌های کلیدی تا چه حد در برنامه درسی رسمی کشور بازتاب یافته‌اند.

در پژوهش حاضر، ابتدا با بهره‌گیری از پیشینه نظری و پژوهش‌های معتبر حوزه درک عدد چک‌لیستی جامع از مؤلفه‌های درک عددی تدوین شد. سپس محتوای کتاب‌های ریاضی پایه‌های اول تا سوم ابتدایی بر اساس این مؤلفه‌ها تحلیل شد تا میزان توجه به هر مؤلفه و نیز ابعاد کمتر تأکیدشده شناسایی شود. همچنین، تحلیل تطبیقی کتاب‌ها با هدف بررسی نحوه توزیع و روند تغییر مؤلفه‌های درک عددی در پایه‌های مختلف انجام شد. این رویکرد امکان شناسایی اولویت‌ها، کاستی‌ها و جهت‌گیری‌های حاکم بر برنامه درسی ریاضی دوره اول ابتدایی را فراهم می‌سازد و می‌تواند مبنایی برای بازنگری و بهبود محتوای آموزشی در راستای توسعه متوازن درک عددی دانش‌آموزان باشد.

سوال‌های پژوهش

۱. برای درک عددی در پژوهش‌های پیشین چه مؤلفه‌هایی شناسایی شده‌اند؟ و هر یک از این مؤلفه‌ها چه تعاریف و ابعاد مفهومی دارند؟

۲. محتوای کتاب‌های درسی ریاضی دوره اول ابتدایی از نظر پوشش مؤلفه‌های درک عددی چگونه است؟

۳. با استفاده از روش آنتروپی شانون، میزان اهمیت هر یک از مؤلفه‌های درک عدد در محتوای کتاب‌های درسی و در هر پایه تحصیلی چگونه است؟

۴. کتاب‌های درسی دوره اول ابتدایی از نظر پوشش مؤلفه‌های درک عددی چه شباهت‌ها و تفاوت‌هایی دارند؟

روش پژوهش

این پژوهش از نوع تحلیل سند است که با رویکرد کیفی و کمّی انجام شده است و شامل ۳ بخش اصلی است:

۱. استخراج مؤلفه‌های درک عددی بر اساس پیشینه پژوهش؛

۲. بررسی پوشش مؤلفه‌های درک عددی در محتوای کتاب‌های ریاضی دوره اول ابتدایی؛

۳. تحلیل محتوای کتاب‌های درسی ریاضی دوره اول ابتدایی بر اساس مؤلفه‌های مستخرج از بخش اول پژوهش با استفاده از روش آنتروپی شانون.

مراحل اصلی تحلیل محتوا شامل آماده‌سازی و سازماندهی، بررسی مواد و پردازش نتایج است. روش‌های زیادی برای تحلیل محتوا وجود دارد که اساس آنها بر درصدگیری از فراوانی مقوله‌ها است. این روش‌ها مشکلاتی دارند که از اعتبار نتایج می‌کاهد. در این پژوهش از روش جدید آنتروپی شانون که برگرفته از نظریه سیستم‌ها است، استفاده شده است.

اسناد بررسی‌شده شامل سه جلد کتاب ریاضی پایه اول، دوم و سوم ابتدایی در سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ است که تمام محتوای کتاب‌ها کدگذاری شده و تجزیه و تحلیل شده است.

1 Fan

ابزار پژوهش: چک‌لیست تحلیل محتوا

در گام نخست، پیشینه پژوهشی مرتبط با مفهوم درک عددی به‌صورت نظام‌مند بررسی شد. به‌این منظور، پژوهش‌هایی انتخاب شدند که به تبیین، دسته‌بندی، سنجش یا معرفی مؤلفه‌های درک عددی در کودکان پرداخته بودند. معیار انتخاب مطالعات شامل: (۱) تأکید مستقیم بر مفهوم درک عدد و مؤلفه‌های آن؛ (۲) برخورداری از استناد و اعتبار علمی در حوزه آموزش ریاضی و روان‌شناسی شناختی؛ (۳) ارتباط محتوایی با اهداف پژوهش حاضر بود.

فرایند جست‌وجوی منابع در بازه زمانی ۱۹۹۰ تا ۲۰۲۶ انجام شد. جست‌وجو با کلیدواژه «Number Sense» در عنوان مقاله‌ها صورت گرفت که در مرحله نخست ۲۳۴ مقاله شناسایی شد. سپس با محدودسازی نتایج به حوزه‌های آموزش، ریاضی و روان‌شناسی، تعداد ۷۵ مقاله باقی ماند. در ادامه، پژوهش‌های مرتبط با کودکان پیش‌دبستانی و دبستانی انتخاب شدند و مقالات مروری، مطالعات مربوط به گروه‌های سنی بالاتر از ۱۲ سال یا پایین‌تر از ۵ سال و همچنین پژوهش‌های غیرمرتبط با مؤلفه‌های درک عددی کنار گذاشته شدند. پس از بررسی چکیده‌ها و متن کامل مقالات، مجموعه‌ای از پژوهش‌های کلیدی که به شناسایی، طبقه‌بندی یا سنجش مؤلفه‌های درک عددی پرداخته بودند، برای تحلیل نهایی انتخاب شدند.

در این مرحله، علاوه بر پژوهش‌های نظری و مفهومی، مطالعاتی که از آزمون‌های معتبر سنجش درک عددی استفاده کرده بودند نیز بررسی شدند؛ از جمله آزمون درک عددی جردن، گلوتینگ و رامینی (۲۰۰۸)، آزمون تشخیص عددی هالبردا و فایگنسون (۲۰۰۸)، آزمون‌های چندمرحله‌ای درک عددی یانگ (۲۰۱۰، ۲۰۱۵) و آزمون درک عددی تونالی (۲۰۲۲). پس از استخراج مؤلفه‌های مشترک درک عددی، ابتدا تمام مؤلفه‌های گزارش‌شده توسط هر پژوهش به‌طور جداگانه فهرست گردید. سپس، با روش تحلیل محتوای کیفی و مقایسه‌ای، شباهت‌های معنایی و مفهومی میان آن‌ها شناسایی شد. برای مثال، مؤلفه‌هایی مانند «شمارش طوطی‌وار»، «شمارش اشیاء»، «شمارش با پرش» و «شمارش از عدد خواسته‌شده» همگی به مهارت پایه‌ای شمارش اشاره داشتند و در یک مؤلفه واحد تلفیق شدند. به همین ترتیب، «مقایسه بزرگی اعداد»، «تشخیص عدد بزرگ‌تر» و «روابط عددی» زیر چتر «روابط اعداد و مقایسه» قرار گرفتند. در نهایت، مؤلفه‌های استخراج‌شده از مطالعات مختلف، پس از ادغام و حذف موارد هم‌پوشان، در قالب یک چک‌لیست تلفیقی سازمان‌دهی شدند. این چک‌لیست شامل مؤلفه‌هایی نظیر شمارش، تشخیص عدد، روابط عددی، محاسبه، تقریب، استفاده از نمایش‌های مختلف، تشخیص منطقی بودن نتایج، توانایی انتخاب راهبردهای عددی مناسب و سایر ابعاد مرتبط با درک عددی بود.

برای بررسی دقیق‌تر چک‌لیست، مؤلفه‌ها و تعاریف آن‌ها را در اختیار ۵ معلم ریاضی که در دوره اول ابتدایی در حال تدریس بودند و حداقل ۵ سال سابقه تدریس داشتند، قرار داده و از آن‌ها خواستیم نمونه‌هایی از سؤال‌های کتاب درسی که هر کدام از مؤلفه‌ها را می‌سنجد، یادداشت کنند. در نهایت این نمونه‌ها توسط تیم پژوهش بررسی شد و نشانه‌های محتوایی[1] برای بررسی کتاب‌ها مشخص شد.

در واقع چک‌لیست تدوین‌شده در اختیار متخصصان حوزه آموزش ریاضی و علوم تربیتی قرار گرفت و اصلاحات لازم بر اساس نظرات آنان اعمال شد تا چک‌لیست مورد نظر روایی محتوایی لازم را داشته باشد.

روش گردآوری و تحلیل داده‌ها

برای تحلیل داده‌ها، هر صفحه از کتاب‌های درسی ریاضی به‌صورت جداگانه بررسی شد و بر اساس مؤلفه‌های موجود در چک‌لیست، اطلاعات ثبت گردید. در این پژوهش، واحد تحلیل، صفحات و فعالیت‌ها و تمرین‌های مندرج در کتاب‌های درسی ریاضی پایه اول تا سوم ابتدایی بودند. به عبارت دیگر، هر صفحه یا فعالیت آموزشیِ ارائه‌شده در کتاب، به‌عنوان یک واحد مستقل برای تحلیل محتوا در نظر گرفته شد. همچنین، واحد ثبت، هر بار حضور و مشاهده یک مؤلفه از مؤلفه‌های درک عدد در محتوای کتاب بود؛ به این معنا که هر مرتبه که یکی از مؤلفه‌های از پیش‌تعیین‌شده در متن، تمرین، مثال یا فعالیت شناسایی می‌شد، یک ثبت برای آن مؤلفه منظور می‌گردید. افزون بر این، واحد زمینه، جمله، مثال یا فعالیتی بود که مؤلفه مربوطه در بستر آن مشاهده می‌شد و به درک صحیح‌تر مفهوم و جلوگیری از برداشت‌های سطحی یا خارج از متن کمک می‌کرد. ابزار گردآوری داده‌ها شامل چک‌لیست مؤلفه‌های درک عددی استخراج‌شده از پیشینه پژوهش و فرم کدگذاری محتوا بود. برای تحلیل داده‌ها از فرمول آنتروپی شانون جهت محاسبه میزان تأکید و وزن اطلاعاتی هر مؤلفه در کتاب‌ها و از روش تحلیل تطبیقی برای بررسی روند تغییرات مؤلفه‌ها در پایه‌های مختلف استفاده شد.

مراحل تحلیل داده‌ها

۱. بررسی محتوای هر صفحه از کتاب‌های درسی و تطبیق آن با مؤلفه‌های موجود در چک لیست؛

1 Indicators

۲. ثبت میزان پوشش هر مؤلفه بر اساس چک‌لیست تحلیل محتوا؛
۳. محاسبه فراوانی هر مؤلفه در محتوای کتاب‌ها؛
۴. تحلیل داده‌ها با استفاده از روش آنتروپی شانون به‌منظور تعیین میزان اهمیت و وزن هر مؤلفه؛
۵. رتبه‌بندی مؤلفه‌ها بر اساس مقادیر آنتروپی به‌دست‌آمده.

روایی و پایایی ابزار

روایی فرایند تحلیل محتوا

برای اطمینان از روایی محتوایی، فهرست اولیه مؤلفه‌های درک عددی بر اساس پیشینه نظری و پژوهشی تدوین و در اختیار پنج نفر از متخصصان حوزه آموزش ریاضی قرار گرفت. متخصصان، میزان تناسب، شفافیت و جامعیت تعاریف ارائه‌شده برای هر مؤلفه را بررسی کردند. بر اساس بازخوردهای دریافت‌شده، برخی تعاریف اصلاح، موارد هم‌پوشان تفکیک و نمونه‌های محتوایی بازبینی شد. در نهایت، نسخه نهایی چک‌لیست با اعمال اصلاحات پیشنهادی متخصصان تدوین گردید.

اعتبار و انسجام کدگذاری

به‌منظور افزایش انسجام در فرایند کدگذاری، پیش از آغاز تحلیل نهایی، بخشی از محتوای کتاب‌های درسی به‌صورت آزمایشی بررسی شد تا ابهام‌های احتمالی در تشخیص مؤلفه‌ها مشخص شود. در این مرحله، نمونه‌های محتوایی مرتبط با هر مؤلفه مرور و درباره موارد اختلافی بحث و توافق انجام گرفت. همچنین در طول فرایند تحلیل، موارد مبهم یا دارای هم‌پوشانی با مراجعه مجدد به تعاریف عملیاتی مؤلفه‌ها و از طریق توافق میان اعضای تیم پژوهش نهایی شد. این فرایند به افزایش انسجام و اطمینان‌پذیری تحلیل محتوا کمک کرد.

سه‌سویه‌سازی داده‌ها و روش‌ها

برای افزایش اعتبار یافته‌ها، از رویکرد سه‌سویه‌سازی در سه سطح استفاده شد:

- سه‌سویه‌سازی منابع داده: تحلیل هم‌زمان سه کتاب ریاضی پایه اول، دوم و سوم و مقایسه نتایج آن‌ها بر اساس مؤلفه‌های مشترک درک عددی؛

جدول ۱. پژوهش‌های درک عددی و مؤلفه‌های گزارش شده

نویسنده و سال انتشار	مؤلفه‌های گزارش شده
جردن و همکاران (۲۰۲۲)	بعد اول:مهارت‌های پایه اعداد (شمارش،تشخیص و دانش اعداد، الگوهای اعداد و محاسبه غیرکلامی) بعد دوم:حساب مرسوم (مسائل کلامی وترکیب اعداد) بعد سوم: روابط اعداد
یانگ (۲۰۱۵)	درک معنای اصلی اعداد توانایی ترکیب و تجزیه اعداد تشخیص بزرگی اعداد توانایی استفاده مناسب از معیارها درک تأثیر عملیات بر اعداد انعطاف‌پذیری در به کارگیری دانش عددی و عملیاتی در موقعیت‌های محاسباتی
هاول و کمپ[1] (۲۰۰۵)	شمارش طوطی وار تا ۱۰۰ ایجاد مجموعه‌های برابر تمایز بین بزرگی و تعداد مقایسهٔ اعداد
بیکر[2] و همکاران (۲۰۰۲)	تمیز مقدار(مقایسه بزرگی) شمارش و شناخت عدد
گرستن و چارد[3] (۱۹۹۹)	شمارش طوطی وار، شمارش اشیاء، مرتب کردن اعداد تشخیص اینکه از بین دو عدد، کدامیک بزرگتر است تشخیص این که از بین دو عدد کدام یک به عدد سوم نزدیک‌تر است
ریس و همکاران[4] (۱۹۹۹)	درک معنی و اندازه اعداد، تشخیص اندازه نسبی اعداد، توانایی مقایسه اعداد درک و استفاده از نمایش‌های معادل اعداد درک معنا و تأثیر عملیات، توانایی درک چگونگی تغییر نتایج درک معیارهای اندازه‌گیری، شناسایی و استفاده از مرجع/معیارها محاسبات و استراتژی‌های شمارش انعطاف‌پذیر برای محاسبات ذهنی، محاسبات نوشتاری توانایی حل مسائل وپیش‌بینی نتایج بدون محاسبه با استفاده از کاغذ و قلم و محاسبه ذهنی
مک اینتاش و همکاران[5] (۱۹۹۲)	درک معنی و اندازه عدد و تشخیص عدد درک و استفاده از نمایش‌های معادل اعداد و نمایش مختلف اعداد درک معنا و تأثیر عملیات درک معیارهای اندازه‌گیری توانایی محاسبه ذهنی توانایی تصمیم‌گیری در مورد منطقی بودن یا نبودن پاسخ مسائل محاسبات و استراتژی‌های شمارش انعطاف‌پذیر برای محاسبات ذهنی
ون لوئیست و همکاران[6] (۱۹۹۴)	شمارش(نامیدن عدد در یک توالی درست، تناظر یک به یک، اعدادترتیبی و شمارش با پرش) طبقه بندی(توانائی تنظیم اشیاء در یک واحد یا زیر طبقه) سری کردن (رتبه بندی اشیاء)

- سه‌سویه‌سازی تحلیل‌گران: مشارکت دو کدگذار مستقل در فرایند کدگذاری صفحات منتخب کتاب و مقایسه نتایج آن‌ها؛
- سه‌سویه‌سازی روش‌ها: استفادهٔ هم‌زمان از دو روش تحلیل – تحلیل محتوای کیفی–کمی و تحلیل آنتروپی شانون – برای تعیین اهمیت نسبی مؤلفه‌ها. این ترکیب روش‌ها

1 Howell, Kemp
2 Baker
3 Gersten, Chard
4 Reys
5 McIntosh
6 Van Luit

امکان بررسی هم‌زمان فراوانی ظاهری و وزن اطلاعاتی مؤلفه‌ها را فراهم ساخت.

به‌کارگیری این سه نوع سه‌سویه‌سازی، روایی درونی، اعتبار ساختاری و اطمینان از ثبات فرایند کدگذاری را تقویت کرد.

یافته‌های پژوهش

۱. برای درک عددی در پژوهش‌های پیشین چه مؤلفه‌هایی شناسایی شده‌اند؟ و هر یک از این مؤلفه‌ها چه تعاریف و ابعاد مفهومی دارند؟

با بررسی پیشینه مرتبط با مفهوم *درک عددی* به‌صورت نظام‌مند، پژوهش‌هایی که به‌طور مستقیم به تبیین، دسته‌بندی و تعریف مؤلفه‌های درک عددی پرداخته و بر مبنای آن‌ها ابزارها و آزمون‌های معتبر سنجش درک عددی طراحی شده بود، شناسایی شدند. جدول ۱ خلاصه‌ای از این پژوهش‌های مبنا و مؤلفه‌های گزارش‌شده توسط هریک را نشان می‌دهد. سپس نقاط مشترک میان پژوهش‌ها، شناسایی و در قالب یک چک‌لیست تلفیق گردید. چک‌لیست مؤلفه‌های استخراج‌شده و تعریف آنها در جدول ۲ ارائه شده است.

با توجه به تعاریف ارائه‌شده در جدول ۲، برخی از مؤلفه‌های درک عدد از نظر مفهومی دارای همپوشانی نسبی بودند. به‌منظور افزایش دقت در تحلیل محتوای کتاب‌های درسی و کاهش ابهام در فرایند کدگذاری، چک‌لیست مؤلفه‌ها و تعاریف مربوط به آن‌ها در اختیار معلمان ریاضی دوره اول ابتدایی قرار گرفت و از آن‌ها خواسته شد تا نمونه‌هایی از فعالیت‌ها و تمرین‌های کتاب‌های درسی را که هر یک از مؤلفه‌های درک عدد را بازنمایی می‌کنند، مشخص نمایند. نمونه‌های جمع‌آوری‌شده سپس توسط تیم پژوهش بررسی و تحلیل شد و بر این اساس، نشانه‌های محتوایی هر مؤلفه استخراج گردید.

جدول ۲. چک لیست مؤلفه‌های استخراج شده از پژوهش‌های درک عددی

ردیف	مؤلفه	تعریف
۱	شمارش[1] شمارش طوطی‌وار شمارش از یک عدد خواسته‌شده شمارش معکوس شمارش با پرش	توانایی شمردن اشیاء به ترتیب و حفظ توالی اعداد
۲	تشخیص عدد[2]	توانایی شناسایی و نامیدن نماد عددی
۳	سری کردن[3] / رتبه‌بندی[4] و طبقه‌بندی[5]	توانایی مرتب‌سازی و دسته‌بندی اعداد یا اشیاء بر اساس ویژگی‌ها
۴	تمایز بین بزرگی و تعداد[6]	توانایی تشخیص تفاوت بین اندازه فیزیکی (بزرگی) و تعداد (کمیت)
۵	الگوی عددی[7]	شناسایی الگوهای تکرارشونده عددی یا هندسی
۶	روابط اعداد[8]، مقایسه اعداد تشخیص اینکه از بین دو عدد، کدامیک بزرگ‌تر است تشخیص این که از بین دو عدد کدام یک به عدد سوم نزدیک‌تر است	درک روابط بین اعداد (بزرگ‌تر، کوچک‌تر، مساوی، تفاوت‌ها)
۷	ترکیب و تجزیه اعداد[9]	توانایی شکستن یا ترکیب اعداد برای تشکیل اعداد دیگر
۸	بازنمایی‌های چندگانه[10] استفاده از چندین نمایش	توانایی نمایش یک عدد یا عملیات به شکل‌های مختلف (تصویری، نمادین، کلامی)
۹	محاسبه محاسبه غیرکلامی محاسبه ذهنی محاسبه نوشتاری	انجام عملیات ساده
۱۰	تاثیر عملیات بر اعداد[11]	درک اینکه عملیات چگونه بر بزرگی اعداد اثر می‌گذارند
۱۱	تقریب[12]	توانایی پیش‌بینی مقدار یا نتیجه عملیات بدون محاسبه دقیق
۱۲	محور اعداد[13]	توانایی جای‌گذاری عدد به صورت تقریبی روی خط یا محور اعداد
۱۳	استفاده از معیارها[14]	استفاده از مقادیر مرجع برای تخمین یا مقایسه
۱۴	حل مسئله کلامی[15]	توانایی تفسیر و حل مسائل ریاضی بیان‌شده در قالب متن
۱۵	قضاوت در باره معقول بودن نتایج[16] درک چگونگی تغییر نتایج[17]	توانایی تشخیص منطقی بودن یک پاسخ عددی
۱۶	توانایی انتخاب راهبردهای عددی مناسب[18] انعطاف‌پذیری در به کارگیری دانش عددی[19]	توانایی انتخاب و استفاده از راهبردهای گوناگون برای حل مسائل عددی و محاسباتی بر اساس موقعیت

جدول ۳ مؤلفه‌ها و نشانه‌های محتوایی متناظر با آن‌ها را نشان می‌دهد.

بررسی‌های انجام‌شده نشان داد که برخی مؤلفه‌ها در موقعیت‌های آموزشی و فعالیت‌های کتاب درسی به‌صورت همزمان ظاهر می‌شوند و مرز میان آن‌ها کاملاً تفکیک‌پذیر نیست. برای مثال، مؤلفه‌های «شمارش» و «تشخیص عدد» در برخی فعالیت‌ها دارای هم‌پوشانی هستند. با این حال، در این پژوهش تمایز میان این دو مؤلفه بر اساس ماهیت فرایند شناختی مورد توجه قرار گرفت؛ به‌گونه‌ای که در مؤلفه

1 Counting
2 Number Identification
3 Seriation
4 Ordering
5 Classification
6 Distinguishing Magnitude vs. Quantity
7 Pattern Recognition
8 Number Relations
9 Composing & Decomposing Numbers
10 Multiple Representations
11 Understanding Operations' Effects
12 Estimation
13 Number Line Estimation
14 Use of Benchmarks
15 Word Problem Solving
16 Reasonableness Judgment
17 Judging the Reasonableness of Results
18 Selecting Appropriate Numerical Strategies
19 Numerical Flexibility

شمارش، تأکید بر تولید ترتیبی دنباله اعداد و استفاده از فرایند شمارش برای حل مسئله بود، در حالی که در تشخیص عدد، تمرکز بر شناسایی و تطبیق نماد عددی قرار داشت. از آنجا که برخی فعالیت‌های کتاب درسی می‌توانستند هر دو مؤلفه را بازنمایی کنند، این‌گونه موارد در فرایند کدگذاری برای هر دو مؤلفه منظور شدند.

همچنین، میان مؤلفه‌های «الگوی عددی» و «شمارش با پرش» نیز شباهت‌هایی مشاهده شد؛ زیرا هر دو با تکرار و نظم عددی مرتبط هستند. با این حال، الگوی عددی علاوه بر تکرار ساده، می‌تواند شامل روابط پیچیده‌تر و تفکر قاعده‌ای باشد، در حالی که شمارش با پرش عمدتاً به‌عنوان مهارتی مقدماتی برای رشد محاسبات عددی در نظر گرفته می‌شود. بررسی محتوای

جدول ۳. نشانه‌های محتوایی مؤلفه های درک عددی در کتاب های درسی

ردیف	مؤلفه	نشانه محتوایی
۱	شمارش	تمرین‌هایی مثل «از ۵ تا ۱۰ بشمار»، «معکوس بشمار»
۲	تشخیص عدد	تطبیق عدد با تصویر، نام عدد، کارت عدد
۳	سری کردن / رتبه‌بندی / طبقه‌بندی	دسته بندی کردن، تعیین «سومین»، «کوچک‌ترین»، «بزرگ‌ترین»
۴	تمایز اندازه و کمیت	تصاویر با اشیاء متفاوت در اندازه اما تعداد برابر
۵	الگوی عددی	دنباله‌های عددی، الگوهای تکرار یا تغییر
۶	روابط اعداد / مقایسه اعداد	تشخیص نمادهای = > <
۷	ترکیب و تجزیه اعداد	تمرین‌هایی مثل: «۵ را با دو عدد دیگر بساز»، «چه عددی با ۳ می‌شود ۷؟»
۸	بازنمایی‌های چندگانه	نمایش عدد با شکل، چوب خط، نمودار ، بلوک ده‌تایی و ...
۹	محاسبه (ذهنی، نوشتاری، غیرکلامی)	تمرین‌های مستقیم جمع و تفریق یا سؤال‌هایی با تأکید بر راهبرد ذهنی
۱۰	درک تأثیر عملیات بر اعداد	مقایسه نتایج بعد از اعمال متفاوت (مثلاً افزودن یا کم‌کردن یک عدد مشابه)
۱۱	تخمین / تقریب	سؤال‌هایی با عبارت‌هایی مثل «حدوداً چند تاست؟»، «نزدیک به کدام عدد است؟»
۱۲	محور اعداد	رسم محور عددی، جای‌گذاری اعداد، پر کردن فاصله‌ها
۱۳	استفاده از معیارها	استفاده از۵، ۱۰، ۱۰۰ به‌عنوان نقطهٔ مرجع
۱۴	حل مسئله کلامی	مسائل متنی واقعی با داده‌های عددی
۱۵	تشخیص منطقی بودن نتایج	سؤال‌هایی که می‌پرسند: «پاسخ منطقی است؟ چرا؟»«پاسخ درست است؟ چرا؟»
۱۶	توانایی انتخاب راهبردهای عددی مناسب	تمرین‌هایی که از دانش آموزان می‌خواهند به چند روش مختلف حل کنند.

کتاب‌های درسی نشان داد که بخش قابل توجهی از فعالیت‌هایی که در راهنمای معلم تحت عنوان «الگویابی» معرفی شده‌اند، در عمل بیشتر بیانگر شمارش با پرش هستند تا الگویابی مبتنی بر کشف قاعده.

بنابراین سوال‌هایی از این دست با هدف الگویابی در نظر گرفته شد. توانایی انتخاب راهبردهای عددی مناسب با «توانایی حل مسئله» هم ارتباط دارد؛ ولی توانایی انتخاب راهبردهای عددی مناسب مستقیماً نشان می‌دهد که دانش‌آموز چند روش می‌شناسد و می‌تواند بین روش‌ها جابه‌جا شود؛ بنابراین سوال‌هایی که از دانش‌آموز خواسته شده با چند روش پاسخ دهد یا روشی را از بین روش‌ها برای حل مسئله استفاده کند، به عنوان مؤلفه توانایی انتخاب راهبردهای عددی مناسب در نظر گرفته شد. با توجه به شباهت فعالیت‌های تجزیه و ترکیب با محاسبات نوشتاری، ذهنی و غیرکلامی، برای تشخیص مصداق مؤلفه تجزیه و ترکیب عددی از این قاعده استفاده شد که هر فعالیتی که از دانش‌آموز بخواهد روابط جزء و کل بین اعداد را درک یا بازنمایی کند، در طبقه تجزیه و ترکیب عددی قرار گیرد. در مقابل، فعالیتی که صرفاً بر انجام عملیات ریاضی بدون تأمل در روابط عددی متمرکز است، در طبقه محاسبه کدگذاری شود. برای مثال محاسبه مستقیم حاصل جمع یا تفریق و تمرین‌هایی که صرفاً بر تمرین سرعت و دقت محاسبه تمرکز دارند به عنوان محاسبه کدگذاری شد. اما فعالیت‌هایی که تأکید بر چندوجهی بودن ساختار عددی دارند (مثلاً ۸ = ۵ + ۳ = ۶ + ۲) یا به ارتباط متقابل میان عملیات می‌پردازند؛ مثلا «عدد ۱۰ را به چند روش می‌توان با دو عدد ساخت؟» به عنوان مؤلفه تجزیه و ترکیب در نظر گرفته شد.

به‌طور کلی، تعیین نشانه‌های محتوایی و بازتعریف عملیاتی برخی مؤلفه‌ها، به افزایش انسجام و دقت فرایند تحلیل محتوا و کاهش خطای ناشی از همپوشانی مفهومی مؤلفه‌ها کمک کرد.

۲. محتوای کتاب‌های درسی ریاضی دوره اول ابتدایی از نظر پوشش مؤلفه‌های درک عددی چگونه است؟

محتوای کتاب‌های ریاضی پایه اول تا سوم در ۱۶ مؤلفه مورد نظر طبقه‌بندی و هر تمرین یا فعالیت کتاب در طبقه مناسب کدگذاری شد. نمونه‌ای از فرم کدگذاری کتاب ریاضی پایه اول در جدول ۴ و فراوانی مؤلفه‌های درک عددی در کتاب‌های ریاضی سه پایه در جدول ۵ ارائه شده است.

جدول ٤. نمونه کدگذاری پایه اول ابتدایی

صفحه	شمارش	تشخیص عدد	طبقه بندی	تمایز اندازه و کمیت	الگوی عددی	مقایسه عدد	تجزیه و ترکیب	بازنمایی چندگانه	محاسبات	اثر عملیات بر اعداد	تقریب	محور عددی	استفاده از معیار	حل مسائل کلامی	تشخیص منطقی بودن نتایج	توانایی انتخاب راهبردهای عددی مناسب
۱	*		*													
۲	*		*													
۳					*											
۴					*											
۵					*											
۶	*		*		*											
...																
...																
...																
۱۷۳														*		
۱۷۴														*		

۳. با استفاده از روش آنتروپی شانون، میزان اهمیت هر یک از مؤلفه‌های درک عددی در محتوای کتاب‌های درسی و در هر پایه تحصیلی چگونه است؟

برای وزن‌دهی به مؤلفه‌های درک عددی در کتاب‌های درسی سه‌پایه ابتدایی، از روش آنتروپی شانون استفاده شد. این روش از طریق اندازه‌گیری میزان پراکندگی داده‌ها، به هر مؤلفه وزنی اختصاص می‌دهد که بازتابی از اهمیت نسبی آن مؤلفه در تمایز میان پایه‌هاست. ابتدا ماتریس فراوانی مؤلفه‌ها در سه پایه تنظیم شد. سپس فراوانی هر مؤلفه در هر پایه نرمال‌سازی شد. برای هر مؤلفه، مقدار انتروپی محاسبه شد و در ادامه ضریب تنوع (عدم قطعیت معکوس) محاسبه شد و در نهایت وزن نسبی هر مؤلفه تعیین شد.

جدول ۵. فراوانی مؤلفه‌های درک عددی در کتاب های درسی دوره اول ابتدایی

ردیف	مؤلفه‌های درک عددی	پایه اول	پایه دوم	پایه سوم
۱	شمارش	۶۲	۱۱	۸
۲	تشخیص عدد	۵۳	۴۰	۲۹
۳	سری کردن / رتبه‌بندی / طبقه‌بندی	۱۹	۲۷	۱۲
۴	تمایز تعداد و بزرگی	۰	۰	۰
۵	الگوی عددی	۵۴	۲۸	۱۷
۶	روابط اعداد / مقایسه اعداد	۱۴	۱۰	۱۴
۷	ترکیب و تجزیه اعداد	۳۳	۳۴	۳۰
۸	بازنمایی‌های چندگانه	۳۱	۲۰	۱۶
۹	محاسبه (ذهنی، نوشتاری، غیرکلامی)	۱۵	۲۵	۳۰
۱۰	درک تأثیر عملیات بر اعداد	۰	۰	۰
۱۱	تخمین / تقریب	۷	۲۰	۱۲
۱۲	محور اعداد	۱۱	۲۱	۱۳
۱۳	استفاده از معیارها	۱۵	۱۲	۷
۱۴	حل مسئله کلامی	۱۷	۲۷	۵۰
۱۵	تشخیص منطقی بودن نتایج	۰	۱۲	۵
۱۶	توانایی انتخاب راهبردهای عددی مناسب	۶	۶	۱۶

دو مؤلفه فاقد فراوانی (مقدار صفر در هر سه پایه) از فرآیند وزن‌دهی کنار گذاشته شدند و وزن صفر دریافت کردند. مقدار آنتروپی شانون، ضریب عدم قطعیت و وزن نهایی برای هر مؤلفه درک عددی در جدول ۶ ارائه شده است.

۱. مهم‌ترین مؤلفهٔ متمایزکنندهٔ پایه‌ها

بیشترین وزن به «تشخیص منطقی بودن نتایج» اختصاص یافت (w =۰/۳۱۸). این امر ناشی از تفاوت شدید حضور این مؤلفه میان پایه‌هاست؛ در پایه اول غایب، در پایه دوم و سوم نسبتاً زیاد. این نتیجه نشان می‌دهد که کتاب‌های درسی، درک معقول بودن پاسخ را یک مهارت سطح بالاتر دانسته‌اند که از پایهٔ دوم معرفی می‌شود و در پایهٔ سوم رشد می‌کند. جایگاه دوم: شمارش: به‌عنوان مؤلفه‌ای بنیادی درک عددی، وزن بالایی کسب کرد (w=۰/۲۵۴) این وزن بالا از نامتقارن بودن توزیع (۶۲ در پایه اول، کاهش شدید در پایه دوم و سوم) ناشی می‌شود. این الگو نشان‌دهندهٔ تمرکز بسیار زیاد برنامهٔ درسی بر آموزش پایه‌ای شمارش در سال اول است.

جدول ٦. آنتروپی شانون، ضریب عدم قطعیت و وزن نهایی مؤلفه‌های درک عددی

ردیف	مؤلفه درک عددی	آنتروپی	ضریب عدم قطعیت (Diversification)	وزن نهایی
۱	تشخیص منطقی بودن نتایج	۵۵۱۴۲۱.۰	۴۴۸۵۷۹.۰	۳۱۸۱۵۲.۰
۲	شمارش	۶۴۱۱۶۴.۰	۳۵۸۸۳۶.۰	۲۵۴۵۰۲.۰
۲	توانایی انتخاب راهبردهای عددی مناسب	۸۹۲۰۰۸.۰	۱۰۷۹۹۲.۰	۰۷۶۵۹۳.۰
۴	الگوی عددی	۹۰۱۴۶۲.۰	۰۹۸۵۳۸.۰	۰۶۹۸۸۷.۰
۵	حل مسئله کلامی	۹۱۳۳۰۲.۰	۰۸۶۶۹۸.۰	۰۶۱۴۹۰.۰
۶	تخمین / تقریب	۹۲۲۴۶۹.۰	۰۷۷۵۳۱.۰	۰۵۴۹۸۸.۰
۷	سری‌کردن / رتبه‌بندی / طبقه‌بندی	۹۵۳۴۷۴.۰	۰۴۶۵۲۶.۰	۰۳۲۹۹۹.۰
۸	استفاده از معیارها	۹۵۹۳۷۲.۰	۰۴۰۶۲۸.۰	۰۲۸۸۱۵.۰
۹	محور اعداد	۹۶۳۷۱۴.۰	۰۳۶۲۸۶.۰	۰۲۵۷۳۶.۰
۱۰	بازنمایی‌های چندگانه	۹۶۴۳۷۵.۰	۰۳۵۶۲۵.۰	۰۲۵۲۶۷.۰
۱۱	محاسبه (ذهنی—نوشتاری—غیرکلامی)	۹۶۵۷۱۳.۰	۰۳۴۲۸۷.۰	۰۲۴۳۱۸.۰
۱۲	تشخیص عدد	۹۷۳۳۴۷.۰	۰۲۶۶۵۳.۰	۰۱۸۹۰۴.۰
۱۳	روابط اعداد / مقایسه	۹۸۹۴۹۸.۰	۰۱۰۵۰۲.۰	۰۰۷۴۴۹.۰
۱۴	ترکیب و تجزیه اعداد	۹۹۸۷۳۰.۰	۰۰۱۲۷۰.۰	۰۰۰۹۰۱.۰
۱۵	تمایز تعداد و بزرگی	۰	۰	۰
۱۶	درک تأثیر عملیات بر اعداد	۰	۰	۰

۲. مؤلفه‌های میانی با وزن متوسط

گروهی از مؤلفه‌ها، مانند الگوی عددی، حل مسئلهٔ کلامی، تقریب و انعطاف‌پذیری در به کارگیری دانش عددی، وزن متوسطی دارند. این وزن‌ها نشان می‌دهد که این مؤلفه‌ها در هر سه پایه وجود دارند؛ اما توزیع‌شان به اندازهٔ دو مورد قبل نامتقارن نیست. این مهارت‌ها معمولاً پیشرونده هستند، در همه پایه‌ها حضور دارند؛ اما شدت آن‌ها به‌آرامی تغییر می‌کند.

۳. مؤلفه‌های پایینِ جدول (وزن بسیار کم)

دو نمونه مهم: ترکیب و تجزیه: (w ≈۰/۰۰۰۹) هرچند از نظر فراوانی زیاد است (۳۳،۳۴،۳۰)؛ اما به‌دلیل توزیع تقریباً برابر در سه پایه نقش تمایزدهنده‌ای در تحلیل ندارد و روابط اعداد / مقایسه: هرچند مهارتی پایه‌ای است؛ به‌دلیل حضور مشابه در همه پایه‌ها، وزن کمی کسب می‌کند.

در واقع وزن کم به‌معنای کم‌اهمیتی مؤلفه نیست؛ بلکه یعنی برای تمایز میان پایه‌ها نقش کمتری دارد.

٤. کتاب‌های درسی دوره اول ابتدایی از نظر پوشش مؤلفه‌های درک عددی چه شباهت‌ها و تفاوت‌هایی دارند؟

برای محاسبه آنتروپی پایه‌ها، مجموع فراوانی مؤلفه‌ها در هر پایه محاسبه شد.

جدول ۷. فراوانی های مؤلفه‌های درک عددی و آنتروپی شانون پایه‌های تحصیلی

پایه	مجموع کل فراوانی‌ها	سهم هر پایه از کل محتوا	آنتروپی پایه
پایه اول	۳۴۱	۰/۳۵۷	–
پایه دوم	۳۱۳	۰/۳۲۸	–
پایه سوم	۳۰۹	۰/۳۰۹	–
کل سه پایه			۰/۹۹۶

با توجه به جدول ۷ محتوای سه پایه تقریباً یکنواخت توزیع شده است (همپوشی زیاد)؛ به این معنی که تغییرات میان پایه‌ها کم اما تغییرات درون مؤلفه‌ها زیاد است.

مؤلفه‌هایی که بیشترین تمایز بین پایه‌ها ایجاد می‌کنند:

- تشخیص منطقی بودن نتایج؛
- شمارش.

این دو مؤلفه بیشترین وزن را در آنتروپی شانون به دست آوردند.

- توزیع کاملاً نامتقارن دارند؛
- در پایه اول غایب یا بسیار زیاد هستند؛
- در پایه دوم و سوم تغییرات ناگهانی دارند.

بنابراین این‌ها قوی‌ترین شاخص‌های پیشرفت درک عددی در کتاب‌های درسی ایران هستند.

– مؤلفه‌هایی با حضور مداوم (پراکندگی کم):

- ترکیب و تجزیه؛
- روابط اعداد؛
- تشخیص عدد.

این مؤلفه‌ها هرچند فراوانی بالایی دارند؛ اما پراکندگی‌شان بین پایه‌ها کم است. در آنتروپی شانون، این یعنی اهمیت تمایزی پایین و یافته بسیار مهمی است؛ زیرا گاهی چیزی زیاد تکرار شده ولی وزن تحلیلی ندارد.

– مؤلفه‌هایی با رشد تدریجی و پیوسته:

- محاسبه؛
- حل مسئله کلامی؛
- توانایی انتخاب راهبردهای عددی مناسب.

این الگو نشان می‌دهد که مهارت‌های سطح بالاتر، دیرتر ظاهر می‌شود.

– تحلیل تطبیقی میان پایه‌ها:

تحلیل فراوانی‌ها نشان می‌دهد که کتاب‌های درسی از الگوی زیر پیروی می‌کنند.

الف) مؤلفه‌های بسیار پرتکرار در پایه اول اما کاهشی در پایه‌های بالاتر:

- شمارش؛
- الگوی عددی؛
- تشخیص عدد.

این مؤلفه‌ها ماهیت مقدماتی دارند و کاهش آن‌ها متناسب با رشد شناختی دانش‌آموزان است. با این حال، کاهش شدید شمارش و الگوها در پایه سوم ممکن است نشانگر عدم استمرار مهارت‌های بنیادی باشد؛ زیرا ادبیات آموزشی توصیه می‌کند که الگوها و روابط عددی در پایه‌های بالاتر پیچیده‌تر شوند نه حذف.

ب) مؤلفه‌های افزایشی در مسیر سه پایه:
- حل مسئله کلامی؛
- محاسبه؛
- توانایی انتخاب راهبردهای عددی مناسب.

این روند مطابق با اصول رشد عددی است و نشان می‌دهد که کتاب‌ها تلاش می‌کنند مهارت‌های سطح بالاتر را تقویت کنند.

ج) مؤلفه‌های ثابت یا بدون پیشرفت معنادار:
- سری‌کردن/رتبه‌بندی تقریباً ثابت و فاقد پیچیدگی؛

– تحلیل تطبیقی میان مؤلفه‌ها:

تجمیع داده‌های سه پایه نشان می‌دهد که برنامه درسی ایران بر عناصر پایه‌ای و ساختار عدد تأکید مناسبی دارد.

جدول ۸. تاکیدها بر مؤلفه‌های درک عددی

بیشترین تأکید	کمترین تاکید
تشخیص عدد (۱۲۲)	درک تأثیر عملیات بر اعداد: ۰
الگوی عددی (۹۹)	تمایز اندازه/کمیت: ۰
شمارش (۸۱)	تشخیص منطقی بودن نتایج: (۱۷)
حل مسئله کلامی (۹٤)	تقریب: (۳۹)
ترکیب و تجزیه عدد (۹۷)	

بحث و نتیجه‌گیری

پژوهش حاضر با هدف تحلیل مؤلفه‌های درک عددی در کتاب‌های درسی ریاضی پایه اول تا سوم دوره ابتدایی و استخراج وزن و اهمیت نسبی این مؤلفه‌ها انجام شد. در این راستا، ابتدا پیشینه نظری و پژوهشی مرتبط با درک عددی بررسی و مؤلفه‌های اصلی آن استخراج شد. سپس کتاب‌های ریاضی سه پایه ابتدایی با روش تحلیل محتوای نظام‌مند بررسی شد و داده‌های استخراج‌شده با دو رویکرد مکمل شامل «تحلیل تطبیقی» و «روش کمی آنتروپی شانون» تحلیل شدند. این پژوهش یکی از معدود مطالعاتی است که از ترکیب روش‌های کیفی - تطبیقی و وزن‌دهی اطلاعاتی برای تحلیل محتوای کتاب‌های درسی استفاده کرده و از این طریق تصویری چندوجهی، دقیق و قابل اتکا از وضعیت آموزش درک عددی در دوره ابتدایی ایران فراهم آورده است.

نتایج توصیفی و تحلیلی پژوهش نشان داد که توزیع مؤلفه‌های درک عددی در کتاب‌های سه پایه ابتدایی کاملاً یکنواخت و متوازن نیست. برخی مؤلفه‌ها همچون «شمارش»، «تشخیص عدد»، «ترکیب و تجزیه اعداد» و «الگوی عددی» بیشترین بسامد را در کل دوره دارند و به‌طور مکرر در فعالیت‌ها، تمرین‌ها و مثال‌ها تأکید شده‌اند. این الگو قابل انتظار است؛ زیرا آموزش رسمی ریاضی در این دوره بر ایجاد بنیان‌های شمارش، ساختاردهی عدد و روابط ساده عددی استوار است. با این حال، حضور پررنگ این مؤلفه‌ها در مقابل فقدان یا کمبود سایر مؤلفه‌های بنیادین درک عددی پرسش‌هایی را درباره جامعیت و انسجام برنامه درسی مطرح می‌کند.

در نقطه مقابل، برخی مؤلفه‌های مهم مانند «تمایز اندازه و کمیت»، «درک تأثیر عملیات بر اعداد» و «تشخیص منطقی بودن نتایج» در سه پایه ابتدایی تقریباً غایب‌اند. این در حالی است که ادبیات پژوهشی و استانداردهای بین‌المللی این مؤلفه‌ها را عناصر کلیدی توسعه فهم عمیق عددی و پیش‌بینی‌کننده عملکرد ریاضی در سال‌های بالاتر معرفی کرده‌اند. به ویژه، فقدان تمایز تعداد و بزرگی و درک تأثیر عملیات بر اعداد ممکن است، موجب شود دانش‌آموزان درک شهودی از بزرگ‌بودن، کوچکی، تغییرپذیری و نسبت‌ها را به‌دست نیاورند؛ مهارت‌هایی که در پژوهش جردن و همکاران (۲۰۰۸)، برای تثبیت بنیان‌های ریاضی ضروری دانسته شده‌اند.

مقایسه نتایج این پژوهش با مطالعات جردن (۲۰۲۲) و یانگ (۲۰۱۵) نشان داده‌اند که ترکیب و تجزیه اعداد و نمایش‌های چندگانه عدد نقش کلیدی در توسعه درک عددی دارند؛ اما در کتاب‌های درسی بررسی‌شده، این دو مؤلفه در پایه سوم کمتر مورد توجه قرار گرفته‌اند. مطالعات ریس و همکاران (۱۹۹۹) تأکید دارند که یادگیری تقریب از سال‌های ابتدایی ضروری است؛ اما در کتاب‌های پایه اول این مهارت تقریباً نادیده گرفته شده و در پایه سوم نیز نسبت به پایه دوم کاهش یافته است.

یافته‌های پژوهش حاضر با نتایج ون لوئیست (۱۹۹۴) همسو است؛ زیرا این پژوهش‌ها نیز بر نقش تقریب و برآورد در رشد توانایی انتخاب راهبردهای عددی مناسب تأکید کرده‌اند. با این حال، برخلاف این رویکردها، در کتاب‌های درسی بررسی‌شده، مهارت تقریب به‌ویژه در پایه اول حضور بسیار محدودی دارد. این تفاوت می‌تواند نشان‌دهنده غلبه رویکرد محاسبه‌محور در برنامه درسی ریاضی ایران باشد، رویکردی که دقت محاسباتی را بر درک عددی مقدم می‌داند.

مطالعات گرستن و چارد (۱۹۹۹) تأکید می‌کنند که استفاده از بازنمایی‌های چندگانه اعداد، از جمله نمایش‌های تصویری، نمادین، جدولی و کلامی، نقش مهمی در تقویت درک مفهومی و توانایی انتخاب راهبردهای عددی مناسب دانش‌آموزان دارد؛ زیرا این بازنمایی‌ها به کودکان کمک می‌کنند تا میان اشکال مختلف نمایش یک مفهوم عددی ارتباط برقرار کنند و فهم عمیق‌تری از روابط عددی به دست آورند. با این حال، یافته‌های پژوهش حاضر نشان داد که مؤلفه «استفاده از نمایش‌های چندگانه» در کتاب‌های ریاضی پایه‌های دوم و سوم ابتدایی حضور نسبتاً محدودی دارد و بیشتر فعالیت‌ها بر شیوه‌های مستقیم و نمادین ارائه اعداد متمرکز هستند.

این یافته بیانگر آن است که اگرچه محتوای کتاب‌های درسی در برخی زمینه‌ها با اصول و رویکردهای نوین آموزش ریاضی همسو است؛ اما در توجه به برخی مؤلفه‌های کلیدی درک عددی، به‌ویژه مؤلفه‌هایی که به فهم مفهومی، انعطاف‌پذیری شناختی و ایجاد ارتباط میان بازنمایی‌های مختلف

عدد مربوط می‌شوند، کاستی‌هایی مشاهده می‌شود. تداوم این وضعیت ممکن است موجب شود که یادگیری ریاضی بیشتر به حفظ رویه‌ها و انجام محاسبات محدود شود و فرصت کافی برای شکل‌گیری درک عمیق و معنادار از مفاهیم عددی فراهم نگردد.

نتایج تحلیل تطبیقی بین پایه‌ها نشان داد که مسیر پیشرفت مؤلفه‌ها در پایه‌های تحصیلی از منطق یک رشد تدریجی پیروی نمی‌کند. برای مثال، «شمارش» از پایه اول به سوم کاهش چشمگیر دارد که طبیعی و سازگار با رشد یادگیری است؛ اما مؤلفه‌ای مانند «الگوهای عددی» که در استانداردهای جهانی معمولاً در پایه‌های بالاتر تقویت می‌شود، در کتاب‌های ایرانی روندی کاهشی دارد. مؤلفه «حل مسئله کلامی» از پایه اول به سوم روند افزایشی بزرگی نشان می‌دهد که نقطه قوت محتوا محسوب می‌شود؛ اما مؤلفه‌های مکمل آن – مانند تقریب، تشخیص منطقی بودن نتایج و توانایی انتخاب راهبردهای عددی مناسب – هم‌زمان دچار ضعف هستند و این عدم توازن می‌تواند تأثیر این رشد را کاهش دهد. این یافته نشان می‌دهد که ساختار محتوای کتاب‌ها در برخی حوزه‌ها رشد عمقی دارد؛ اما در برخی حوزه‌های دیگر به‌صورت پراکنده دنبال شده است و انسجام لازم را ندارد.

روش آنتروپی شانون با محاسبه وزن اطلاعاتی هر مؤلفه، لایه دیگری از تحلیل را ممکن ساخت. آنتروپی شانون نشان داد که مؤلفه‌هایی که توزیع یکنواخت‌تری در سه پایه دارند، مانند «ترکیب و تجزیه»، «حل مسئله کلامی» و «محور اعداد»، وزن اطلاعاتی بیشتری در ساختار کلی درک عددی دارند. این الگو نشان می‌دهد که چنین مؤلفه‌هایی نقش زیربنایی‌تری در آموزش ریاضی دارند و می‌توانند شاخص‌های اصلی در طراحی ابزار سنجش درک عددی باشند. از سوی دیگر، مؤلفه‌هایی که یا صرفاً در یک پایه خاص تأکید شده‌اند یا در دو پایه غایب بوده‌اند، طبق آنتروپی وزن کمتری دارند. این یافته بیانگر آن است که کتاب‌های درسی در این حوزه‌ها توزیع محتوایی ناکافی یا نامتوازن داشته‌اند.

مقایسه نتایج تحلیل تطبیقی و آنتروپی شانون نشان می‌دهد که علی‌رغم تفاوت روش‌شناختی، این دو روش به نتایج همسو و مکمل رسیده‌اند. تحلیل تطبیقی از منظر پداگوژیک و محتوایی روند رشد و فقدان بعضی مؤلفه‌ها را آشکار کرد؛ در حالی‌که آنتروپی شانون با ارائه وزن‌های عددی نشان داد که این تفاوت‌ها از منظر اطلاعاتی نیز معنادارند. چنین همپوشانی‌ای اعتبار یافته‌ها را افزایش می‌دهد و نشان می‌دهد که ساختار محتوای آموزش درک عددی در کتاب‌های ابتدایی نیازمند بازنگری و تقویت برخی حوزه‌های اساسی است. استفاده از دو روش مستقل و رسیدن به نتایج هم‌راستا، پژوهش حاضر را به نمونه‌ای از سه‌سوسازی روش‌شناختی تبدیل کرده است که ارزش علمی نتایج را ارتقا می‌دهد.

در مجموع، نتایج پژوهش نشان می‌دهد که کتاب‌های درسی ریاضی دوره ابتدایی ایران در برخی مؤلفه‌های بنیادی عملکرد خوبی داشته‌اند (از جمله شمارش، تشخیص عدد، الگوی عددی و ترکیب و تجزیه)؛ اما در بسیاری از مؤلفه‌های کلیدی درک عددی – به‌ویژه مواردی که به تفکر انعطاف‌پذیر، استدلال عددی، تقریب، تشخیص منطقی بودن نتایج مربوط‌اند – ضعف ساختاری وجود دارد. این شکاف‌ها می‌توانند تأثیر منفی بر رشد توانایی‌های ریاضی در پایه‌های بالاتر داشته باشند؛ زیرا آنچه در سال‌های اولیه شکل نمی‌گیرد، بعدها به سختی قابل جبران است. یافته‌های پژوهش حاضر می‌تواند به سیاست‌گذاران آموزشی، مؤلفان کتاب‌های درسی و معلمان کمک کند تا در طراحی، بازنگری و اجرای برنامه‌های درسی با نگاه دقیق‌تر به توسعه واقعی درک عددی دانش‌آموزان بپردازند.

پژوهش حاضر با وجود تلاش برای ارائه تصویری جامع از وضعیت مؤلفه‌های درک عددی در کتاب‌های درسی ریاضی دوره ابتدایی، با محدودیت‌هایی همراه بود. نخست، تحلیل پژوهش صرفاً بر محتوای کتاب‌های درسی متمرکز بود و سایر عناصر برنامه درسی، از جمله شیوه تدریس معلمان، فعالیت‌های مکمل آموزشی و تجارب یادگیری دانش‌آموزان بررسی نشد. بنابراین یافته‌ها لزوماً بازتاب‌دهنده نحوه اجرای واقعی آموزش ریاضی در کلاس درس نیست. دوم، این پژوهش به بررسی میزان حضور مؤلفه‌های درک عددی در کتاب‌های درسی پرداخته و عملکرد واقعی دانش‌آموزان یا میزان تحقق این مؤلفه‌ها در یادگیری آنان را ارزیابی نکرده است. ازاین‌رو، نمی‌توان صرفاً بر اساس محتوای کتاب‌ها درباره سطح درک عددی دانش‌آموزان قضاوت قطعی کرد. همچنین، اگرچه برای افزایش دقت تحلیل، تعاریف عملیاتی مؤلفه‌ها و فرایند کدگذاری بازبینی شد؛ اما تحلیل محتوا تا حدی متأثر از تفسیر پژوهشگر است و امکان وجود تفاوت در برداشت از برخی مؤلفه‌ها وجود دارد. پیشنهاد می‌شود که در پژوهش‌های آینده، علاوه بر تحلیل کتاب‌های درسی، عملکرد دانش‌آموزان، شیوه‌های تدریس معلمان و سایر عناصر برنامه درسی نیز بررسی شو تا تصویر کامل‌تری از وضعیت آموزش درک عددی ارائه شود.

منابع

International Education Studies, *8*(3), 159–166. https://doi.org/10.5539/ies.v8n3p159

References

Abed, E. R., & Al-Absi, M. (2015). Content analysis of Jordanian elementary mathematics textbooks.

Acharash, S. (2019). Analysis of the fraction chapter of the sixth-grade elementary mathematics textbook based on four different models. *Research in Science Education*, *5*(17), 55–66. [in Persian]

Adiredja, A. P. (2019). Anti-deficit narratives: Engaging the politics of research on mathematical sense making. *Journal for Research in Mathematics Education*, *50*(4), 401–435. https://doi.org/10.5951/jresematheduc.50.4.0401

Alajmi, A. H. (2012). How do elementary textbooks address fractions? A review of mathematics textbooks in the USA, Japan, and Kuwait. *Educational Studies in Mathematics*, *79*(2), 239–261. https://doi.org/10.1007/s10649-011-9342-1

Ani, K. (2021). *How math class can inspire a more rational and respectful society*. Damascus Rodeo.

Asadi, S., & Khodkar, F. (2021). Content analysis of the fifth-grade elementary mathematics textbook based on the William Romany technique. *International Conference on Psychology, Educational Sciences and Lifestyle*. [in Persian]

Askari Robati, G. H., & Khalili Kolaki, Z. (2020). Content analysis of the third-grade elementary mathematics textbook based on problem-solving programming using Shannon entropy. *Research in Educational Sciences and Counseling*, *6*(12), 96–114. [in Persian]

Baker, S., Gersten, R., Flojo, J., Katz, R., Chard, D., & Clarke, B. (2002). *Preventing mathematics difficulties in young children: Focus on effective screening of early number sense delays* (Technical Report No. 0305). Pacific Institutes for Research.

Baroody, A. J., & Wilkins, J. L. M. (1999). The development of informal counting, number, and arithmetic skills and concepts. In J. V. Copley (Ed.), *Mathematics in the early years* (pp. 48–65). National Council of Teachers of Mathematics.

Berch, D. B. (2005). Making sense of number sense: Implications for children with mathematical disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, *38*(4), 333–339. https://doi.org/10.1177/00222194050380040901

Berelson, B. (1952). *Content analysis in communication research*. Free Press.

Bråting, K., Madej, L., & Hemmi, K. (2019). Development of algebraic thinking: Opportunities offered by the Swedish curriculum and elementary mathematics textbooks. *Nordic Studies in Mathematics Education*, *24*(1), 27–49.

Chang, C. C., & Silalahi, S. M. (2017). A review and content analysis of mathematics textbooks in educational research. *Problems of Education in the 21st Century*, *75*(3), 235–251. https://doi.org/10.33225/pec/17.75.235

Corso, L. V., Corso, H. V., & de Salles, J. F. (2024). Intervention in mathematical skills: Number sense. In C. d. O. Cardoso & N. M. Dias (Eds.), *Neuropsychological interventions for children* (Vol. 1). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-031-53586-4_12

Firozshahi, F., & Yaftian, N. (2020). Content analysis of the sixth-grade mathematics textbook based on mathematical literacy. *Theory and Practice in Teacher Education (New Strategies in Teacher Education)*, *6*(9), 87–108. [in Persian]

Foster, C., Barichello, L., Bustang, B., Najjuma, R., & Saralar-Aras, I. (2022). Decolonizing educational design for school mathematics. *For the Learning of Mathematics*, *42*(2), 9–14.

Fuchs, L. S., Newman-Gonchar, R., Schumacher, R., Dougherty, B., Bucka, N., Karp, K. S., Woodward, J., Clarke, B., Jordan, N. C., Gersten, R., Jayanthi, M., Keating, B., & Morgan, S. (2022). *Assisting students struggling with mathematics: Intervention in the elementary grades* (WWC 2021006). National Center for Education Evaluation and Regional Assistance, Institute of Education Sciences, U.S. Department of Education.

Gersten, R., & Chard, D. (1999). Number sense: Rethinking arithmetic instruction for students with mathematical disabilities. *The Journal of Special Education*, *33*(1), 18–28. https://doi.org/10.1177/002246699903300102

Gholam-Azad, S. (2020). Changing school mathematics curriculum: Challenges and needed research. *Journal of Curriculum Studies*, *15*(57), 107–128. [in Persian]

Gholam-Azad, S., Gooya, Z., & Kiamanesh, A. (2021). Reflection on the components of school mathematics curriculum in Iran. *Journal of Theory and Practice in Curriculum*, *9*(2), 177–206. https://doi.org/10.52547/cstp.9.2.177 [in Persian]

Ginsburg, H. P., & Russell, R. L. (1981). Social class and racial influences on early mathematical thinking. *Monographs of the Society for Research in Child Development*, *46*(6), 1–69. https://doi.org/10.2307/1165882

Guberman, S. R. (1999). Cultural aspects of young children's mathematics knowledge. In J. V. Copley (Ed.), *Mathematics in the early years*. National Council of Teachers of Mathematics.

Howell, S., & Kemp, C. (2005). Defining early number sense: A participatory Australian study. *Educational Psychology*, *25*(5), 555–571. https://doi.org/10.1080/01443410500046838

Johnston-Wilder, S., & Mason, J. (2004). *Fundamental constructs in mathematics education*. Routledge. https://doi.org/10.4324/9780203465387

Jordan, N., & Dyson, N. (2025). *Early numbers, big ideas: Fostering number sense in young children*. Paul H. Brookes Publishing.

Jordan, N. C., Devlin, B. L., & Botello, M. (2022). Core foundations of early mathematics: Refining the number sense framework. *Current Opinion in Behavioral Sciences*, *46*, Article 101181. https://doi.org/10.1016/j.cobeha.2022.101181

Karali, Y. (2022). Difficulties classroom teachers encounter in teaching mathematics: A phenomenological study. *International Journal of Progressive Education*, *18*(5), 75–100. https://doi.org/10.29329/ijpe.2022.467.5

Kilcan, T. (2020). Investigation of the root values in mathematics textbooks of middle school and Imam Hatip secondary schools. *International Journal of New Approaches in Social Studies*, *4*(2), 248–266. https://doi.org/10.38015/sbyy.816641

Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (Eds.). (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. National Academy Press.

Leyva, L. (2022, August 16). *Expanding conceptions of mathematical ability at intersections of race, gender, and various social differences through classroom teaching practices* [Webinar]. National Council of Teachers of Mathematics.

Li, Y., & Kulm, G. (2008). Knowledge and confidence of preservice mathematics teacher: The case of fraction division. *ZDM Mathematics Education*, *40*, 833–843. https://doi.org/10.1007/s11858-008-0121-6

Lithner, J. (2004). Mathematical reasoning in calculus textbook exercises. *The Journal of Mathematical Behavior*, *23*(4), 405–427. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2004.09.003

Mayer, R. E., Sims, V., & Tajika, H. (1995). A comparison of how textbooks teach mathematical problem solving in Japan and the United States. *American Educational Research Journal*, *32*(2), 443–460. https://doi.org/10.3102/0002831203200244

Moati, R., & Gholam-Azad, S. (2014). Decimals and school mathematics in Iran. *Roshd Mathematics Education Journal*, *115*(1), 4–7. [in Persian]

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Author.

National Council of Teachers of Mathematics. (2020). *Catalyzing change in early childhood and elementary mathematics: Initiating critical conversations*. NCTM.

National Research Council. (2009). *Mathematics learning in early childhood: Paths toward excellence and equity*. National Academies Press. https://doi.org/10.17226/12519

Organisation for Economic Co-operation and Development. (2023). *PISA 2022 results: The state of learning and equity in education*. OECD Publishing. https://doi.org/10.1787/53f23881-en

Pepin, B. (2018). Enhancing teacher learning with curriculum resources. In L. Fan, L. Trouche, C. Qi, S. Rezat, & J. Visnovska (Eds.), *Research on mathematics textbooks and teachers' resources: Advances and issues* (pp. 359–374). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-73253-4_17

Reys, R., Reys, B., Emanuelsson, G., Johansson, B., McIntosh, A., & Yang, D. C. (1999). Assessing number sense of students in Australia, Sweden, Taiwan, and the United States. *School Science and Mathematics*, *99*(2), 61–70. https://doi.org/10.1111/j.1949-8594.1999.tb17449.x

Saxe, G. B., Guberman, S. R., & Gearhart, M. (1987). Social processes in early number development. *Monographs of the Society for Research in Child Development*, *52*(2), 1–162. https://doi.org/10.2307/1166041

Schmidt, W. H., McKnight, C. C., Cogan, L. S., Jakwerth, P. M., & Houang, R. T. (2007). *Facing the consequences: Using TIMSS for a closer look at U.S. mathematics and science education*. Springer.

Shirvani Shiri, A., Jamalifard, M. R., & Azadi, N. (2020). Content analysis of the first-grade elementary school mathematics textbook from the perspective of Guilford's creativity index. *Research in Basic Sciences Education*, *6*(21), 58–67. [in Persian]

Son, J. W., & Diletti, J. (2017). What can we learn from textbook analysis? In J. W. Son, T. Watanabe, & J. J. Lo (Eds.), *What matters? Research trends in international comparative studies in mathematics education* (pp. 3–32). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-51187-0_1

Sullivan, P., Borcek, C., Walker, N., & Rennie, M. (2016). Exploring a structure for mathematics lessons that initiate learning by activating cognition on challenging tasks. *The Journal of Mathematical Behavior*, *41*, 159–170. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2015.12.002

Thanheiser, E., & Koestler, C. (2021). If the world were a village: Learning mathematics while learning about the world. *Mathematics Teacher Educator*, *9*(3), 202–228. https://doi.org/10.5951/mte.2020.0042

van den Ham, A. K., & Heinze, A. (2018). Does the textbook matter? Longitudinal effects of textbook choice on primary school students' achievement in mathematics. *Studies in Educational Evaluation*, *59*, 133–140. https://doi.org/10.1016/j.stueduc.2018.07.005

Van Luit, J. E. H., Van de Rijt, B. A. M., & Pennings, A. H. (1994). *Utrechtse getalbegrip toets (UGT) [Utrecht test of number sense]*. Graviant.

Verschaffel, L., Greer, B., & De Corte, E. (2007). Whole number concepts and operations. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 557–628). Information Age.

Viegut, A. A., Resnick, I., Miller-Cotto, D., Newcombe, N. S., & Jordan, N. C. (2023). Tracking informal fraction knowledge and its correlates across first grade. *Developmental Psychology*, *59*(6), 1083–1095. https://doi.org/10.1037/dev0001581

Yang, D. C., Li, M. N., & Lin, C. I. (2008). A study of the performance of fifth graders in number sense and its relationship to achievement in mathematics. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *6*, 789–807. https://doi.org/10.1007/s1063-007-9104-2

Yang, D. C., & Lin, Y. C. (2015). Assessing 10- to 11-year-old children's performance and misconceptions in number sense using a four-tier diagnostic test. *Educational Research*, *57*(4), 368–388. https://doi.org/10.1080/00131881.2015.1085235

Yeh, C., Ellis, M., & Mahmood, D. (2020). From the margin to the center: A framework for rehumanizing mathematics education for students with disabilities. *The Journal of Mathematical Behavior*, *58*, Article 100758. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2020.100758

Zhu, Y., & Fan, L. (2006). Focus on the representation of problem types in intended curriculum: A comparison of selected mathematics textbooks from Mainland China and the United States. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *4*, 609–626. https://doi.org/10.1007/s10763-006-9036-9