

«مقاله پژوهشی»

## فرا تحلیل کیفی چارچوب‌های ارزیابی مهارت‌های طرح مسئله ریاضی

سعید حق جو<sup>1</sup>، ابراهیم ریحانی<sup>2\*</sup>

1. دانشجوی دکتری، آموزش ریاضی، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی

2. دانشیار، آموزش ریاضی، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی

تاریخ دریافت: 1400/01/21 تاریخ پذیرش: 1400/12/14

### A Qualitative Meta-Analysis of Assessment Frameworks of Mathematical Problem-Posing Skills

S. Haghjoo<sup>1</sup>, E Reyhani<sup>2\*</sup>

1. Ph.D. Student, Mathematics Education, Shahid Rajaei Teacher Training University  
2. Associate Professor, Mathematics Education, Shahid Rajaei Teacher Training University

Received: 2021/04/10 Accepted: 2022/03/05

#### Abstract

Today, problem-Posing is one of the most important topics in mathematics education research. One of the challenges researchers face after investigating problem-posing skills and thinking processes is how to evaluate them. The present study investigates the content and methodology of these studies to determine their structure. This study presents a qualitative meta-analysis of the major frameworks that researchers have used to evaluate the posed problems in order to provide a comprehensive picture of these studies. To this purpose, 25 studies on evaluating Problem-Posing Skills were selected from 83 research studies conducted between 1994 and 2020 and analyzed descriptively and instrumentally. Students presenting a solution, adaptability, mathematical expression, linguistic knowledge and expression, solvability, quantity, and quality of data, Open-Ended and generalizable problems, solution strategies, and multiple solutions are among the nine common criteria identified by the meta-analysis findings. In addition, after reviewing the research, a framework with 11 criteria was created, with an emphasis on mathematical problem-posing and problem-solving. With the aid of generalizability theory, this framework has been validated by experts in mathematics and mathematics education, as well as teachers from all three grades, and has been evaluated in two stages.

#### Keywords

Problem-Posing, Problem-Posing Evaluation Method, Problem-Posing Evaluation Framework Evaluation Criteria, Generalizability Theory, Qualitative Meta-Analysis

#### چکیده

امروزه طرح مسئله یکی از موضوعات مهم در تحقیقات آموزش ریاضی است. یکی از چالش‌های پژوهشگران پس از بررسی مهارت‌های طرح مسئله و بررسی فرآیندهای تفکر، چگونگی ارزیابی آنها است. پژوهش حاضر به بررسی محتوا و روش‌شناسی این پژوهش‌ها می‌پردازد تا ساختار آنها را مشخص کند. این مطالعه، فراتحلیلی کیفی از چارچوب‌های عمده‌ای که پژوهشگران برای ارزیابی مسائل طرح شده استفاده کرده‌اند، ارائه می‌کند تا تصویر جامعی از سیمای این پژوهش‌ها را نشان دهد. برای این منظور 25 پژوهش در مورد ارزیابی مهارت‌های طرح مسئله از بین 83 پژوهش در بین سال‌های 1994 تا 2020 انتخاب و تحلیل توصیفی و ابزاری شده است. یافته‌های فراتحلیل 9 معیار مشترک را در بین پژوهش‌ها مشخص می‌کنند که عبارتند از ارائه یک حل توسط دانش‌آموز، سازگاری، عبارت ریاضی، دانش زبان‌شناختی و بیان، قابلیت حل‌پذیری، کمیت و کیفیت داده‌ها، مسائل بازپاسخ و قابل تعمیم، استراتژی‌های حل و راه حل‌های چندگانه. همچنین با بررسی پژوهش‌ها چارچوبی شامل 11 معیار و با تأکید بر طرح مسئله و حل مسئله ریاضی ارائه شده است. این چارچوب توسط متخصصین ریاضی و آموزش ریاضی و معلمان هر سه مقطع تحصیلی و با کمک نظریه تعمیم‌پذیری مورد اعتباربخشی قرار گرفته و در دو مرحله آزمون شده است.

#### واژه‌های کلیدی

طرح مسئله، روش ارزیابی طرح مسئله، چارچوب ارزیابی طرح مسئله، معیارهای ارزیابی، نظریه تعمیم‌پذیری، فراتحلیل کیفی

## مقدمه

طرح مسئله مؤلفه‌های مهم در برنامه‌داری ریاضی دیده شده و همچنین در مرکز فعالیت‌های ریاضی نیز قرار دارد و توسعه توانایی طرح مسئله، یک هدف اساسی برای آموزش ریاضی است (NCTM و 2000؛ چن، ون دورن و ورشافل، 2015؛ پالمرو و بومل، 2020). تعاریف مختلفی برای طرح مسئله توسط محققین ارائه شده است (ریحانی و حق جو، 1399). به عنوان نمونه سیلور (1994) طرح مسئله را به این صورت تعریف می‌کند: طرح مسئله هم به تولید یک مسئله جدید و هم به صورت‌بندی مجدد یک مسئله مفروض دلالت دارد و بنابراین می‌تواند قبل از حل مسئله، طی آن و بعد از حل مسئله انجام شود. در زمینه یاددهی و یادگیری طرح مسئله جایگاه بالارزشی دارد. از منظر یادگیری، دانش‌آموزان مهارت‌های طرح مسئله و خلاقیت را فرامی‌گیرند که در توسعه مهارت‌های استدلال کمک کرده و مفاهیم اساسی را تقویت و در عین حال غنی می‌کند (براون و والتر، 1983؛ سیلور، 1994). از منظر یاددهی، طرح مسئله به معلمان ایده‌های از مهارت‌ها، نگرش‌ها و یادگیری مفهومی یک موقعیت معین را می‌دهد (لاوی و شریکی، 2007). امروزه طرح مسئله و طراحی تکالیف به یک فعالیت اساسی در روند تحقیقات علمی تبدیل شده است (کای، هوانگ، جیان و سیلور، 2015؛ خاجیداما، 2020؛ اسکندری و ریحانی، 1393؛ ریحانی و حق جو، 1399؛ ایزدی و ریحانی، 1399). تحقیقات گذشته در مورد حل مسئله در آموزش ریاضی نشان می‌دهند که توسعه توانایی طرح مسئله به اندازه توانایی حل مسئله مهم است (کاکیر و آکوک، 2020؛ ندایی و همکاران، 2021). به نظر انگلیش (1997)، وقتی دانش‌آموزان مسائل خود را طرح می‌کنند، می‌توانند دانش ریاضی خود را افزایش دهند، تفکر انتقادی را تحریک کنند و مهارت‌های محاسباتی خود را با کشف حس کنجکاوی آنها در مورد مفاهیم خاص ریاضیات بهبود بخشند. همچنین طرح مسئله به عنوان ابزاری توسعه‌ای برای تفکر انتقادی در نظر گرفته می‌شود (انگلیش، 1997؛ لوری، 2002)؛ زیرا می‌تواند به دانش‌آموزان کمک کند تا آنچه را که می‌دانند تعمیم دهند تا تسلط ریاضیاتی در آنها ایجاد شود و آنها را درگیر تفکر مرتبه بالاتر کند (NCTM، 2000).

با برنامه‌ریزی شایسته و قوی برای فعالیت‌های طرح مسئله، فرصت‌هایی برای دانش‌آموزان ایجاد می‌شود تا دلیل بیاورند، روی تفکرشان بازتاب کنند، خود را باور کنند، اعتماد به نفسشان بیشتر شود و اتصالات بین ریاضی و دنیای واقعی

برقرار کنند (براون و والتر، 1993؛ راس و همکاران، 2020). در پاسخ به این پرسش که طرح مسئله چه کمکی می‌کند، می‌توان استدلال کرد که خلاء بین آنچه را دانش‌آموزان می‌دانند و آنچه را نمی‌دانند پر می‌کند؛ به معلمان کمک می‌کند تا درک و فهم‌های دانش‌آموزان، دانش، مهارت‌ها و گرایش‌های آنها در مواجهه با یک موقعیت را بشناسند و در تدریس از آن بهره ببرند. همچنین طرح مسئله قلب عملکرد ریاضی است (NCTM، 1995). به دانش‌آموزان بایستی فرصت‌هایی داده شود تا مسائل را در موقعیت‌های داده شده فرمول‌بندی کنند و با تغییر در شرایط مسئله داده شده، مسائل جدید طرح کنند. طرح مسئله به عنوان یک مؤلفه مهم برنامه‌های ریاضی دیده شده است و مرکز فعالیت‌های ریاضی است (NCTM، 2000). طرح مسئله نه تنها تفکر دانش‌آموزان را ارزیابی می‌کند، بلکه استراتژی مؤثر آموزشی برای خلق فرصت‌های یادگیری بیشتر برای همه دانش‌آموزان نیز می‌باشد (سینگر و همکاران، 2015؛ کای و هوانگ، 2020).

از دغدغه‌هایی که پژوهشگران در آزمون‌های طرح مسئله با آن مواجه هستند، چگونگی ارزیابی آنها است. چارچوب‌های ارائه شده در پژوهش‌ها، معمولاً به برخی جنبه‌های مهارت‌های طرح مسئله پرداخته‌اند. با بررسی پژوهش‌های صورت گرفته در زمینه چارچوب‌های ارزیابی طرح مسئله، متوجه نوعی پراکندگی و عدم انسجام بین آنها شدیم. اهمیت موضوع، نویسندگان این مطالعه را بر آن داشت که صورت‌بندی منظمی از این پژوهش‌ها انجام دهند و به تحلیل کمی و کیفی پژوهش‌های این حوزه بپردازند. مسئله اصلی پژوهش، «معیارهای ارزیابی طرح مسئله از منظر پژوهشگران و مؤلفین شامل چه مواردی است؟» می‌باشد. روش تحقیق انتخاب شده فراتحلیل کیفی است. فراتحلیل کیفی با هدف نظم‌دهی به تحقیقات و شناسایی آخرین پژوهش‌ها و خلأهای پژوهشی در زمینه ارزیابی طرح مسئله است. نویسندگان در پایان بر اساس تحقیقات انجام گرفته چارچوبی برای ارزیابی طرح مسئله پیشنهاد داده‌اند و سپس با نظریه تعمیم‌پذیری پایایی اعتبار آن تأیید شده است.

## روش‌شناسی

هدف از پژوهش حاضر، بررسی و پیشنهاد معیارهایی قابل استناد برای ارزیابی مهارت‌های طرح مسئله است. به منظور نیل به این هدف، از روش فراتحلیل کیفی استفاده شده است. دو نوع فراتحلیل وجود دارد: الف) فراتحلیل کمی که با

تحقیق اضافه کرده، نقش آن در ترکیب و هماهنگی پژوهش‌هایی است که به صورت انفرادی و غیر متمرکز صورت گرفته است. فراتحلیل می‌تواند به وضوح خلاءها، مشکلات و نواقص پژوهش‌ها و مطالعات انجام شده را نشان دهد (ذاکر صالحی، 1386).

جامعه پژوهش در این فراتحلیل، تحقیقات و پژوهش‌های انجام گرفته در حوزه ارزیابی طرح مسئله است. در این مطالعه، واحد تحلیل شامل کلیه پژوهش‌های مرتبط بود که با توجه به جستجوی منظم کلیدواژه‌های «طرح مسئله»، «معیارهای ارزیابی طرح مسئله»، "Problem-Posing"، "Criteria for Problem-Posing" و "Mathematical Problem-Posing" در میان استنادات مقالات پژوهشگران در پایگاه‌های اطلاعاتی معتبر داخلی و خارجی انجام شده است. بهره‌مندی از ساختار کامل و قابل دانلود بودن متن کامل مقاله از دیگر معیارهای اصلی ورود به اطلاعات در نظر گرفته شدند. در این پژوهش پایگاه‌های اطلاعاتی مجلات تخصصی نور، مرکز اطلاعات علمی جهاد دانشگاهی، Magiran، Civilica، Google Scholar، Scopus، ERIC، Springer، JSTOR، Science Direct و Genesis مورد استفاده قرار گرفتند و دوره زمانی آثار برای انتخاب مقالات از سال 1994 تا 2020 یعنی مربوط به بیست و شش سال اخیر است. پس از بررسی منابع بر اساس معیارهای خروج، تعداد 83 پژوهش در مورد طرح مسئله ریاضی پیدا شد که با بررسی مرتبط بودن با مطالعه حاضر و دارا بودن معیارهای ارزیابی، تعداد 25 مقاله پژوهشی به عنوان نمونه انتخاب شده‌اند. آنچه در مقاله حاضر مورد بررسی و واکاوی قرار گرفت، ساختار و محتوای این 25 پژوهش بوده است. به منظور دستیابی به داده‌های مورد نیاز پژوهش، چک لیستی با 13 سؤال طراحی و تنظیم شد که تکمیل آن مستلزم مطالعه دقیق هر اثر و کشف دیدگاه‌های زیربنایی آن بود (پیوست)؛ از این رو، پس از مطالعه دقیق هر پژوهش و بر مبنای کدگذاری‌ها، مؤلفه‌های چک‌لیست در ارتباط با هر اثر تکمیل شد. بعد از ارزیابی توسط دو ارزیاب مستقل، ضریب کاپای کوهن<sup>1</sup> آن 0/97 به دست آمد که نشان دهنده توافق خوب بین ارزیابان است. چیزی که در ضریب کاپای کوهن به

استفاده از تکنیک‌های آماری پیچیده، درصدد یکپارچه کردن نظریه‌ها و نتایج تمامی پژوهش‌ها و همچنین شناسایی متغیرهای مزاحم و مداخله‌گر است. ب) فراتحلیل کیفی که نه تنها نظریه‌ها، روش‌ها و نتایج پژوهش‌های مختلف را یکپارچه می‌کند، بلکه تفسیر عمیقی از موضوع ارائه می‌دهد (گاروود و همکاران، 2021). البته در فراتحلیل‌های کیفی نیز از آمار استفاده می‌شود؛ اما هدف از آن، مشخص کردن فراوانی‌ها، درصد فراوانی‌ها و ترسیم نمودارهای میله‌ای، دایره‌ای یا بافت نگاشت برای نمایش نتایج است. مزیت فراتحلیل کیفی به فراتحلیل کمی آن است که در فراتحلیل کیفی، نقش تفسیر برجسته تر بوده و پژوهشگر صرفاً به توصیف آماری و کمی داده‌های پژوهش نمی‌پردازد؛ بلکه تلاش دارد تا با توجه به زمینه‌های اجتماعی، فرهنگی و سیاسی که موضوع پژوهش در آن شکل گرفته است، پژوهش‌های انجام شده را تفسیر و تحلیل کند (گال و همکاران، 1383؛ تیمولاک، 2009؛ علی نژاد، 1393). با این اوصاف و برای ارائه تصویری جامع و شفاف از پژوهش‌های مرتبط با ارزیابی چارچوب‌های طرح مسئله، از فراتحلیل کیفی استفاده شده است.

فراتحلیل کیفی در پژوهش‌هایی که برخی منابع مورد نظر به روش‌های کیفی انجام شده‌اند یا زمانی که جنبه‌های توصیفی بیش از ابعاد تحلیلی مد نظر باشد و همچنین در مواردی که گزارش‌های مربوط به تحلیل‌های کمی در منابع مورد نظر الگوهای تکرار شونده چندانی نداشته باشند، بیشتر مورد استفاده قرار می‌گیرد (گال و همکاران، 1383؛ ذاکر صالحی، 1386). به عبارت دیگر رویکرد کیفی در روش‌شناسی مطالعه مد نظر نیست، بلکه به کارگیری یا عدم به کارگیری تحلیل‌های آماری استنباطی از جمله بررسی اندازه تأثیر متغیرها است که کمی یا کیفی بودن فراتحلیل را مشخص می‌کند (مکتون و سلیمی، 1394). هدف از فراتحلیل کیفی، ارائه تصویری جامع و تفسیری از داده‌ها و پژوهش‌هایی است که تاکنون به موضوع خاصی پرداخته‌اند (تیمولاک، 2009). فراتحلیل کیفی درصدد است تا با یکپارچه کردن و ترکیب نظریه‌ها، روش‌ها و یافته‌های پژوهش‌های انجام گرفته، مؤلفه‌های اساسی آن پژوهش‌ها را کشف و نتایج و کلیت آنها را در فرم جدیدی مفهوم‌سازی نماید و در نهایت، به تفسیر و تبیین آن یافته‌ها پردازد (گاروود و همکاران، 2021). چیزی که بر اهمیت و کاربرد این روش

1. Cohen's Kappa Coefficient

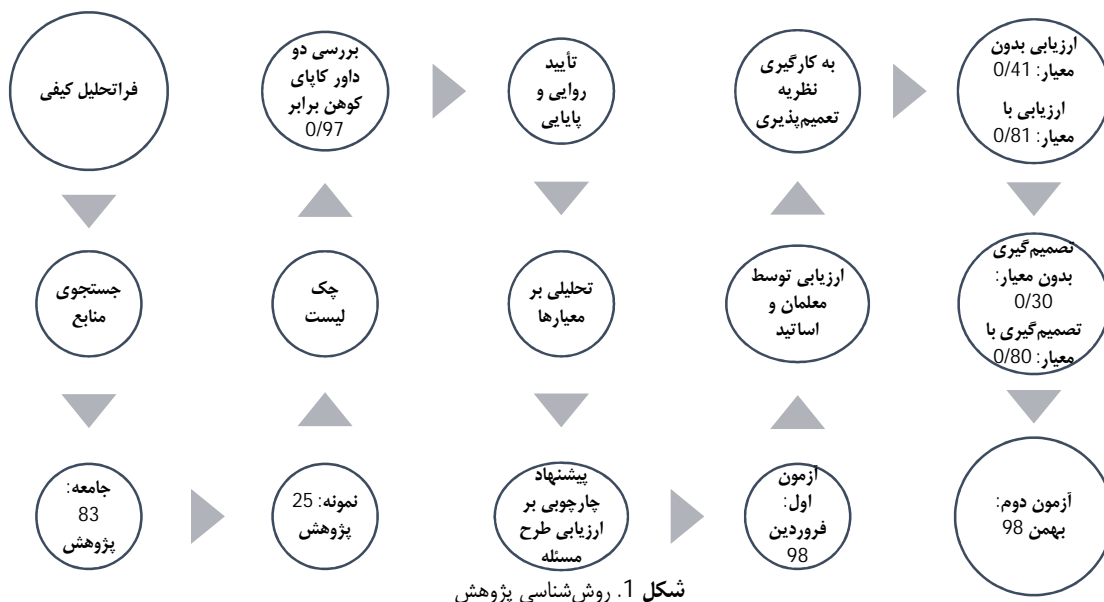
را فقط می‌توان برآورد کرد زیرا خطا در محاسبه بر آن وارد می‌شود. برای هر فرد و برای هر تکرار از روش اندازه‌گیری در جهان تعمیم می‌توان نمره میانگینی در نظر گرفت. برای چنین فردی ارزش مورد انتظار از این نمرات میانگین به عنوان نمره جهان فرد معرفی می‌شود؛ و یک یا بیشتر از یک منبع خطا تجزیه می‌شود. نظریه تعمیم‌پذیری دو نوع مطالعه را شامل می‌شود: یک مطالعه تعمیم‌پذیری است که به منظور برآورد مؤلفه‌های واریانس زیربنایی یک فرآیند اندازه‌گیری از طریق تعریف کردن جهان مشاهدات قابل قبول طراحی می‌شود. مطالعه دیگر مطالعه تعمیم است که تعمیم‌گیرنده از اطلاعات به دست آمده مطالعه تعمیم‌پذیری استفاده می‌کند تا یک اندازه‌گیری را که خطا برای هدف خاصی در آن به حداقل برسد طراحی کند (کیامنش، 1372). هدف این مطالعه بعد از فراتحلیل، تعیین تغییرات در سطح پایایی مهارت‌های طرح مسئله دانش‌آموزان ابتدایی پایه ششم است که توسط ارزیابان با معیار و بدون معیار نمره‌دهی شده است. در ارزیابی بدون معیار ارزیابان به طور مستقل به هر سؤال نمره‌ای تا حداکثر 5 امتیاز می‌دهند. در ارزیابی با معیار همان ارزیابان متناسب با معیارها نمره‌ای به سه سؤال هر گروه تا حداکثر 1500 امتیاز داده می‌شود که در نهایت به جهت یکسانی با ارزیابی بدون معیار به 100 تقسیم شده است. حجم نمونه 16 برگه است. هر دانش‌آموز (s) به تمام سؤالات (i) پاسخ داده و هر ارزیاب (t) نیز، هر سؤال هر دانش‌آموز را نمره‌گذاری کرده است. هدف اندازه‌گیری (هدف اندازه‌گیری عاملی است که محقق روی آن تمرکز می‌کند و تغییرپذیری میان آنها مطلوب است) در این مطالعه دانش‌آموزان هستند که منبع خطا نمی‌باشند. پس رویه<sup>2</sup> نیستند. منابع بالقوه خطا در تعمیم‌دهی را رویه و سطوح رویه‌ها را موقعیت‌ها یا حالت‌ها می‌نامیم. رویه و موقعیت، مشابه عامل و سطوح در ادبیات طرح‌های آزمایشی هستند (گال و همکاران، 1383؛ فرخی و بهرامی، 1395). رویه‌ها در این پژوهش ارزیابان و سؤالات می‌باشند. طرح اندازه‌گیری طرح دو رویه‌ای متقاطع با رویه‌های تصادفی نام دارد (رویه تصادفی یعنی نمونه‌گیری سطوح یک رویه به صورت تصادفی انجام شود. اگر دو سطح یا بیشتر از یک رویه با هر یک از سطوح رویه دیگر مرتبط باشد رویه‌های متقاطع نامیده می‌شود.) و با نماد  $r \times i \times s$  نشان می‌دهیم. با استفاده از

دنبال آن هستیم ارزیابی اندازه توافقی بین دو فرد، پدیده و یا منبع تعمیم‌گیری است که هر یک به صورت جداگانه دو کمیت اصلی را مورد اندازه‌گیری قرار داده‌اند. بنابراین روایی و پایایی فراتحلیل می‌تواند معتبر باشد. آنچه در ادامه می‌آید، یافته‌های این فراتحلیل است که در سه بخش معرفی شده است. بخش اول سیمای شکلی و روش‌شناختی پژوهش‌ها و تحلیل آنها، در بخش دوم تحلیلی بر معیارها و دسته‌بندی معیارها و بررسی اشتراکات یا تفاوت‌های آنها و در بخش سوم پیشنهادی برای چارچوب ارزیابی طرح مسئله از منظر مؤلفان و بر مبنای پژوهش‌ها ارائه شده است.

جهت بررسی چارچوب ارزیابی طرح مسئله پیشنهادی مؤلفین، دو آزمون طرح مسئله، اولی شامل 16 گروه سه نفره دانش‌آموزان منتخب پایه ششم دوره دوم ابتدایی شهرستان بوشهر در سال تحصیلی 1397-1398 و دومی شامل 1300 دانش‌آموز در سال تحصیلی 1398-1399 در استان بوشهر برگزار گردید. پس از برگزاری آزمون اول، 5 معلم ابتدایی، 4 معلم متوسطه اول و 4 معلم متوسطه دوم و 3 استاد ریاضی دانشگاه و 2 استاد آموزش ریاضی به بررسی معیارهای پیشنهادی مؤلفین پرداختند. پس از تحلیل معیارها و اصلاح آنها 3 ارزیاب به دلخواه و با انتخاب خود، ابتدا بدون معیار و سپس با معیارهای پیشنهادی مؤلفین هر کدام 16 برگه را بررسی کردند (در هر برگه از دانش‌آموزان خواسته شده بود که سه سؤال مختلف طرح و حل کنند). سپس به کمک نظریه تعمیم‌پذیری<sup>1</sup> اعتبار این چارچوب تأیید شد. نظریه تعمیم‌پذیری محقق را قادر می‌سازد که منابع چندگانه خطا را در یک روش اندازه‌گیری شناسایی، تفکیک و برآورد کند. نظریه تعمیم‌پذیری با در نظر گرفتن همزمان منابع چندگانه خطا، اجازه می‌دهد مدل دقیق‌تری از وضعیت اندازه‌گیری ساخته شود که در این صورت، نتایج به دست آمده را با دقت بیشتری می‌توان به سایر موقعیت‌های اندازه‌گیری تعمیم داد (فرخی و بهرامی، 1395). طبق بیان شولسون و وب (1991): نمره مشاهده شده یک فرد به یک نمره جهان (واژه جهان به سطوح اندازه‌گیری اختصاص دارد؛ جهان مشاهدات قابل قبول به وسیله همه ترکیبات ممکن از سطوح رویه‌ها تعریف می‌شود. جهان تعمیم جهانی است که محقق قصد دارد نتایج یک روش اندازه‌گیری خاص را به آن تعمیم دهد. نمره جهان

سنخ‌شناسی پژوهشگران، توزیع جغرافیایی، روش پژوهش، نمونه مورد بررسی در آثار و موضوعات مورد پژوهش.

تحلیل واریانس آنووا<sup>1</sup> و به کمک نرم‌افزار SPSS و EDUG ضریب تعمیم‌پذیری<sup>2</sup> در ارزیابی بدون معیار و با



#### قالب مقاله‌ها

منظور از قالب مقاله‌ها، نحوه انتشار مقاله در قالب‌های گزارش کارشناسی، علمی پژوهشی، علمی ترویجی و غیره است. در این بررسی اکثر پژوهش‌ها در مجلات آموزش ریاضی و با نمایه‌های معتبر و داوری عمیق هستند که نشان دهنده کیفیت بالای مطالب ارائه شده در خصوص ارزیابی طرح مسئله ریاضی است.

#### دوره زمانی آثار

منظور از دوره زمانی، تاریخ انتشار مقاله بوده است. پژوهش‌ها در فاصله سال‌های 1994 تا 2020 بررسی شده‌اند. شکل 2 توزیع مقاله‌ها و رگرسیون آنها را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، پژوهش‌های منتشر شده با مضمون ارزیابی طرح مسئله طی این 26 سال رشد نسبی داشته‌اند. به خصوص در 8 سال اخیر تعداد این مقالات به صورت چشمگیری افزایش یافته است.

#### سنخ‌شناسی پژوهشگران

25 پژوهش انتخاب شده، در مجموع توسط 49 پژوهشگر به نگارش درآمده‌اند که شکل 3 فراوانی توزیع آنها را نشان می‌دهد. همان‌طور که ملاحظه می‌شود 72 درصد پژوهش‌ها

معیار محاسبه شده است. شکل 1 نمودار روش‌شناسی پژوهش حاضر را نمایش می‌دهد.

#### یافته‌ها

یافته‌های این پژوهش در سه بخش شامل الف) سیمای شکلی و روش‌شناختی پژوهش‌ها و تحلیل آنها، ب) تحلیلی بر مدل‌ها، دسته‌بندی معیارها و ج) چارچوب پیشنهادی ارزیابی طرح مسئله بیان شده است. در بخش یافته‌های توصیفی، گزارش آماری از پژوهش‌های بررسی شده ارائه شده است. در ادامه، پژوهش‌ها از جنبه محتوا و کیفیت تحلیل شده و در نهایت به جمع‌بندی یافته‌های توصیفی و تحلیلی و ارائه چارچوب پرداخته شده است.

#### الف) سیمای شکلی و روش‌شناختی پژوهش‌ها و تحلیل آنها

در این بخش، هفت شاخص درباره پژوهش‌ها بررسی شده است که عبارت‌اند از: قالب مقاله‌ها، دوره زمانی آثار،

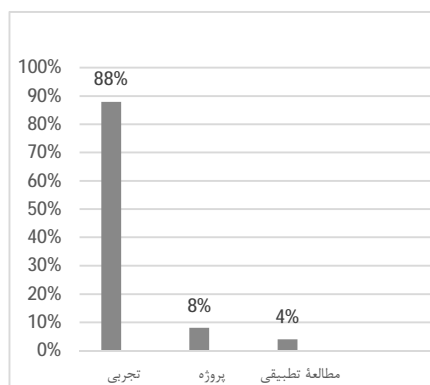
1. ANOVA

2. Generalizability Coefficient



شکل 2. سری زمانی مقالات منتشر شده در حوزه ارزیابی طرح مسئله

بر اساس جدول 1، 32 درصد تحقیقات در آمریکا، 20 درصد در ترکیه و 12 درصد به صورت مشترک توسط چین و آمریکا انجام شده و بقیه توسط پژوهشگرانی از کشورهای مختلف است. از لحاظ روش استفاده شده در تحقیقات، 88 درصد مقاله‌ها از روش پژوهش تجربی و 8 درصد پروژه و 4 درصد مطالعه تطبیقی است (شکل 4).



شکل 4. درصد روش‌های تحقیق در آثار

در شکل 5 انواع تحقیق تجربی مورد مطالعه آورده شده است.

شکل 5 نشان می‌دهد که 59 درصد از پژوهش‌ها از روش تحقیق کیفی استفاده کرده‌اند و 32 درصد کمی و تنها 9 درصد آمیخته است. بررسی‌ها نشان می‌دهد که پژوهشگران به تحقیقات کیفی و درک عمیق پدیده‌ها علاقه‌مند هستند.

#### نمونه‌های مورد بررسی در آثار

جدول 2 توزیع نمونه مورد بررسی در پژوهش‌ها را نشان می‌دهد.

توسط اعضای هیئت علمی، 28 درصد توسط پژوهشگران و دانشجویان دوره‌های تحصیلات تکمیلی انجام شده‌اند. سهم بالای اعضای هیئت علمی در انجام این پژوهش‌ها می‌تواند نشانگر سطح کیفی بالای پژوهش‌های حوزه ارزیابی طرح مسئله باشد.



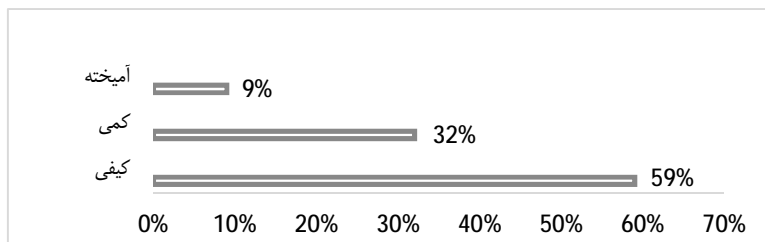
شکل 3. درصد فراوانی پژوهشگران در حوزه ارزیابی طرح مسئله

جدول 1 نشان می‌دهد که کشورهای آمریکا و ترکیه و چین روی این مقوله متمرکز شده‌اند.

#### روش‌های پژوهش مورد استفاده در آثار توزیع جغرافیایی

جدول 1. توزیع جغرافیایی کشورهایی که در مورد ارزیابی طرح مسئله مورد تحقیق قرار گرفته‌اند.

کشور	فراوانی	درصد
مکزیک	1	4%
آمریکا	8	32%
آفریقای جنوبی	1	4%
برزیل	1	4%
استرالیا	1	4%
ترکیه	5	20%
قبرس	2	8%
اندونزی	2	8%
سوئد	1	4%
چین و آمریکا	3	12%
جمع	25	100%



شکل 5. درصد انواع تحقیقات تجربی مورد بررسی

عنوان نمونه کای و همکاران، 2013؛ سیلور و کای، 1996)، کیفیت یا کمیت داده‌ها (به عنوان نمونه انگلیش، 1998؛ گونزالس، 1994)، قابلیت حل‌پذیری (به عنوان نمونه جسی سی و آیدین، 2020؛ پوترا و همکاران، 2017)، مسائل بازپاسخ یا قابل تعمیم (به عنوان نمونه یوان و سریرامان، 2011؛ لیکین، 2009)، ارائه یک حل توسط دانش‌آموز (به

با توجه به جدول 2 بیشترین تحقیقات ارزیابی طرح مسئله به ترتیب روی دانش‌آموزان ابتدایی (28%) و دانشجو معلمان (24%) دانش‌آموزان متوسطه اول (20%) و دانش‌آموزان متوسطه دوم (16%) انجام شده است.

### موضوعات مورد پژوهش

جدول 3 موضوعاتی را که پژوهشگران بررسی کرده‌اند به

جمع	جدول 2. توزیع نمونه مورد بررسی در پژوهش‌ها							فراوانی درصد
	معلم	دانشجو غیرمعلم	معلم	متوسطه دوم	متوسطه اول	دبستان	پیش‌دبستانی	
25	1	1	6	4	5	7	1	فرآوانی
100%	4%	4%	24%	16%	20%	28%	4%	درصد

عنوان نمونه سیانو و همکاران، 2013؛ وان هارپر و پرسمگ، 2013)، دقت، صحت و درستی (به عنوان نمونه نواک و همکاران، 1996؛ کای، 1998)، مسئولیت‌پذیری و استقلال در کارگروهی (کرسپو و هارپر، 2020؛ هورن، 2012)، زمینه (به عنوان نمونه گونزالس، 1994؛ کرسپو و هارپر، 2020)، خلاقیت شامل سیالی، انعطاف‌پذیری و اصالت (به عنوان نمونه نواک و همکاران، 1996؛ لیکین و الگرابلی، 2020)، پیچیدگی زبان‌شناختی یا ریاضی (به عنوان نمونه لئونگ و سیلور، 1997؛ توهری و همکاران، 2020)، ساختار ریاضی (به عنوان نمونه کوبدینگر و ناتان، 2004؛ کانکوی و ازدر، 2017)، درک و استدلال (به عنوان نمونه انگلیش، 1997؛ کانکوی، 2014)، اتصال (به عنوان نمونه گونزالس، 1994؛ پالمر و بومل، 2020) و استراتژی‌های حل و راه حل چندگانه (به عنوان نمونه استویانوا، 2005؛ لیکین، 2009) می‌باشند (جدول 4).

پژوهشگران از معیارهای مختلفی برای ارزیابی سؤالات طرح شده استفاده کرده‌اند و برخی روی موارد خاص تأکید نموده‌اند (به عنوان نمونه لیکین 2007) روی مؤلفه‌های خلاقیت تمرکز کرده است) و یا چندین معیار را در پژوهش‌هایشان استفاده کرده‌اند (به عنوان نمونه گونزالس 1994) 16 معیار دارد). در جدول 4 معیارهای ارزیابی پژوهشگران و طریقه نمره‌دهی را به اختصار نشان می‌دهد.

همراه سال چاپ و مجله‌ای که مقاله در آن چاپ شده است نشان می‌دهد. بر اساس دسته‌بندی پایگاه اسکوپوس، 36 درصد مجلات دارای رتبه Q1 هستند که می‌تواند نشان از اهمیت و کیفیت مقالات داشته باشد. موضوعاتی که پژوهشگران بیشتر بر آن تأکید داشتند اهمیت طرح مسئله برای دانش‌آموزان همه مقاطع، دانشجو معلمان و معلمان، طرح مسئله ابزاری برای بهبود استراتژی حل مسئله و ابزاری برای یادگیری و تفکر انتقادی و خلاقانه، کشف خلاقیت دانش‌آموزان با کمک تکالیف با راه حل چندگانه و طرح مسئله گروهی را شامل می‌شود.

### ب) تحلیلی بر مدل‌ها و دسته‌بندی معیارها

پیش از هر گونه تحلیل در مورد پژوهش‌های حول معیارهای طرح مسئله، لازم است معیارهای ارزیابی طرح مسئله از دیدگاه پژوهشگران را مرور کنیم. معیارهای ارزیابی طرح مسئله فرآیندهای تفکر، درک و فهم‌ها و شایستگی‌ها را بررسی می‌کنند. به طور کلی، مشاهده می‌شود که معیارهای مورد استفاده توسط محققان برای ارزیابی سؤالات طرح شده شامل عبارت ریاضی یا استفاده از زبان ریاضی شامل نماد و علامت (به عنوان نمونه ایردیک، 2019؛ کیلیک، 2017)، دانش زبان‌شناختی و بیان یا متناسب بودن گرامر و بیان (به عنوان نمونه پوترا و همکاران، 2017؛ ایلدیز و ازدمیر، 2014)، مناسب بودن برای استفاده یا سازگاری مسائل طرح شده (به

**جدول 3. پژوهش‌های انجام شده مرتبط با معیارهای طرح مسئله**

پژوهشگران	سال	مجله	موضوع
گونزالس	1994	مجله علوم مدرسه‌ای و ریاضیات	طرح مسئله: یک مؤلفه فراموش شده در دوره‌های آموزشی ریاضی دانشجوی School Science and Mathematics معلمان ابتدایی و متوسطه اول
نواک، هرمان و جیاره‌ارت	1996	مجله تحقیق آموزشی The Journal of Educational Research	ایجاد اعتبار برای ارزیابی‌های مبتنی بر عملکرد: توضیحی بر مجموعه نوشته‌های دانش‌آموزان
سیلور و کای	1996	مجله تحقیق در آموزش ریاضی Q1 Journal for Research in Mathematics Education	تحلیلی طرح مسئله حسابی دانش‌آموزان مدارس متوسطه
انگلیش	1997	مجله یاددهی ریاضیات به کودکان Teaching Children Mathematics	بهبود طرح مسئله کلاسی
لئونگ و سیلور	1997	مجله تحقیق آموزش ریاضی Q1 Mathematics Education Research Journal	نقش قالب تکلیف، دانش ریاضیات و تفکر خلاقانه بر طرح مسئله حسابی دانشجو معلمان ابتدایی
کای	1998	مجله پژوهش آموزش ریاضی Q1 Mathematics Education Research Journal	بررسی حل مسئله و طرح مسئله ریاضی دانش‌آموزان آمریکایی و چینی
کویدینگر و ناتان	2004	مجله علوم یادگیری Q1 The journal of the learning sciences	داستان واقعی پشت مسائل داستانی: تأثیر بازنمایی‌ها روی استدلال کمی
استویانوا	2005	مجله معلم ریاضی استرالیایی Australian Mathematics Teacher	استراتژی‌های طرح مسئله به کار برده شده توسط دانش‌آموزان 8 و 9 ساله
لیکین	2009	مجله خلاقیت در ریاضیات و آموزش دانش‌آموزان تیزهوش Creativity in mathematics and the education of gifted students	کشف کردن خلاقیت ریاضی با استفاده از تکالیف با راه حل چندگانه مطالعه اکتشافی روابط بین خلاقیت دانش‌آموزان و توانایی‌های طرح مسئله
یوان و سریرامان	2011	مجله آموزش ریاضی در ریاضیات Rotterdam	مطالعه اکتشافی روابط بین خلاقیت دانش‌آموزان و توانایی‌های طرح مسئله
هورن	2012	شورای ملی معلمان National Council of Teachers	قدرت اعداد: یادگیری مشارکتی در ریاضیات مدرسه
کای، مویر، وانگ، هوانگ، نی و گاربر	2013	مجله مطالعات آموزشی در ریاضیات Educational Studies in Mathematics	طرح مسئله ریاضی به عنوان اندازه‌گیری تأثیر برنامه درسی روی یادگیری دانش‌آموزان
وان هارپین و پرسمگ	2013	مطالعات آموزشی در ریاضیات Q1 Educational Studies in Mathematics	بررسی رابطه بین توانایی‌های طرح مسئله دانش‌آموزان و دانش محتوای آموزشی در ریاضیات آنها
سیانو، هانگ، لان و چنگ	2013	مجله آنلاین ترکیب‌های تکنولوژی آموزشی The Turkish Online Journal of Educational Technology	یکپارچگی مثال‌های کار شده طرح مسئله در یک محیط مبتنی بر وب
ایلدیز و ازدمیر	2014	مجله بین‌المللی تحقیقات آکادمیک International Journal of Academic Research	مطالعه روی عملکرد طرح مسئله دانشجو معلمان ریاضی
کانکوی	2014	مجله بین‌المللی علوم و آموزش ریاضی Q1 International Journal of Science and Mathematics Education	عملکرد طرح مسئله بچه‌ها و طرح مسئله به هم متصل شده در موقعیت‌های آزاد ساختاریافته
پوترا، هرمان و سامارو	2017	مجله بین‌المللی آموزش ریاضیات نوظهور International Journal on Emerging Mathematics Education	توسعه کاربردهای دانش‌آموزی برای بهبود توانایی طرح مسئله ریاضی
کیلیک	2017	مجله علوم آموزشی: نظریه و عمل Educational Sciences: Theory & Practice	رویکرد جدید طرح مسئله بر مبنای استراتژی حل مسئله: تحلیل عملکرد دانشجو معلمان ابتدایی
کانکوی و ازدر	2017	مجله آموزش ریاضی، علوم و تکنولوژی اوراسیا Q2 EURASIA Journal of Mathematics Science and Technology Education	پژوهش نظریه تعمیم‌پذیری روی توسعه معیارهای نمره‌دهی برای ارزیابی مهارت‌های طرح مسئله دانش‌آموزان ابتدایی
ایردیک	2019	مجله آموزش ریاضی Q2 Journal on Mathematics Education	بررسی در مورد نظرات معلمان ریاضی در مورد طرح مسئله
لیکین و الگرابلی	2020	مجله بین‌المللی تحقیق آموزشی Q1 International Journal of Educational Research	طرح مسئله از طریق تحقیق برای توسعه و ارزیابی مهارت‌های مرتبط با اثبات و مهارت‌های خلاقیت دانشجو معلمان متوسطه ریاضی
توهری، وینارسو و هاک	2020	مجله اروپایی تحقیق آموزشی Q3 European Journal of Educational Research	کجا دقیقاً برای تقویت تفکر انتقادی و خلاقانه: استفاده از طرح مسئله یا یادگیری زمینه‌مدار
کرسپو و هارپر	2020	مجله بین‌المللی تحقیق آموزشی Q1 International Journal of Educational Research	یادگیری طرح مسائل ریاضی مشارکتی با کمک معلمان ریاضی متوسطه
جسی سی و آیدین	2020	مجله بین‌المللی تحقیقات آموزشی معاصر International Journal of Contemporary Educational Research	تعیین عملکرد طرح مسئله هندسه دانش‌آموزان پایه هشتم در موقعیت‌های مختلف طرح مسئله
پالمر و بومل	2020	مجله بین‌المللی آموزش ریاضی (ZDM) Q1 ZDM – Mathematics Education	دانش‌آموزان پیش دبستانی که تکالیف حل مسئله را طرح می‌کنند: چه تکلیف مشابهی دانش‌آموزان به آن اشاره دارند؟

یکی از مفاهیم مهم دیگر در حوزه معیارهای طرح مسئله فضاهای حل می‌باشد که در ادامه توضیح داده شده است.

نمره‌دهی برخی از پژوهشگران در بررسی به عمل آمده کمی متفاوت بود (به عنوان نمونه به جای نمره 3 یعنی حداکثر نمره، از 10 یا 4 استفاده شده است)، آنچه در جدول آمده، نمره‌دهی اکثر پژوهشگران است.



جدول 4. معیارهای ارزیابی پژوهشگران و طریقه نمره‌دهی

معیارها	نمونه پژوهشگران	امتیازدهی
عبارت ریاضی: توانایی استفاده از زبان ریاضی به درستی (نماد، علامت و غیره)	ایردیک، 2019 کیلیک، 2017	زبان ریاضی یا مفاهیم مورد استفاده کاملاً درست هستند (3 امتیاز). زبان ریاضی یا مفاهیم مورد استفاده درست هستند ولی کامل نیستند (2 امتیاز). اشتباهاتی در استفاده از زبان ریاضی (یا مفهوم) وجود دارد (1 امتیاز). هیچ چیزی نوشته است (0 امتیاز).
دانش زبان شناختی: مطابقت متن سؤال با قواعد گرامری شامل موارد غیر مرتبط یا غلط املائی	پوترا و همکاران، 2017 ایلدیز و اژدمیر، 2014	موارد غیر مرتبط ندارد و اشتباه املائی نیز وجود ندارد (3 امتیاز). موارد غیر مرتبط ندارد ولی اشتباهاتی در نوشتن دارد (2 امتیاز). اشتباهاتی در نوشتن وجود ندارد ولی موارد غیر مرتبط دارد (1 امتیاز). خالی، بدون متن، یا موارد غیر مرتبط یا غلط املائی دارد (0 امتیاز).
سازگاری: مناسب بودن دستورالعمل‌های مربوط به عملیاتی که باید در مسئله انجام شود یا تشریح مسئله برای رسیدن به خواسته‌ها.	کای و همکاران، 2013 سیلور و کای، 1996	عملیاتی که برای حل مسئله انجام می‌دهد برای رسیدن به خواسته‌ها مناسب، کامل و بدون اشتباه است (3 امتیاز). عملیاتی که برای حل مسئله انجام می‌دهد برای رسیدن به خواسته‌ها مناسب نیست ولی کامل و بدون اشتباه است (2 امتیاز). عملیاتی که برای حل مسئله انجام شده است برای رسیدن به خواسته‌ها مناسب می‌باشد اما ناقص است و یا اشتباه دارد (1 امتیاز). خالی و یا چگونگی حل مسئله غیر واضح است (0 امتیاز). معقول: اطلاعات داده شده در مسئله و حل آن منطقی و قابل کاربرد در دنیای واقعی است (1 امتیاز). غیر معقول: اطلاعات داده شده در مسئله و حل آن منطقی و قابل کاربرد در دنیای واقعی نیست (0 امتیاز).
کمیت و کیفیت داده‌ها: برای اینکه مسئله حل شود، مقدار داده‌ها و عبارات موجود در مسئله، از لحاظ منطقی / عملیاتی و معنادار بودن نتیجه مناسب باشد.	انگلیش، 1998 گوئنالس، 1994	داده‌ها کافی و مناسب هستند (3 امتیاز). داده‌ها نامناسب هستند یا داده‌ها و عبارات بیشتری وجود دارد و یا داده‌ها گم شده‌اند (2 امتیاز). داده‌ها نامعتبر و اطلاعات گم‌شده‌ای وجود دارد و یا عبارات یا داده‌ها بیش از حد هستند (1 امتیاز). خالی، نمی‌تواند درک کند زیرا هنوز روش حل آن واضح نیست یا داده‌ای در دسترس نیست زیرا انتقال شکل به متن وجود ندارد (0 امتیاز).
قابلیت حل‌پذیری	جسی سی و آیدین، 2020 پوترا و همکاران، 2017	حل‌پذیر (3 امتیاز) اگرچه داده‌ها مناسب و کافی هستند، اما به دلیل خطاهای نوشتن و عدم انسجام قابل حل نیست (2 امتیاز). حل نمی‌شود زیرا داده‌ها مناسب یا کافی نیستند (1 امتیاز). خالی یا حل نشده است زیرا داده‌ها در شکل نمی‌توانند به صورت ریاضی به فرم متن بیان شوند (0 امتیاز).
مسائل بازپاسخ یا قابل تعمیم	یوان و سربرامان، 2011 لیکین، 2009	مسئله‌ای که توسط دانش‌آموز طرح شده به چندین روش حل شده یا چندین پاسخ احتمالی دارد (1 امتیاز). مسئله طرح شده قابل تعمیم و توسعه دارند (1 امتیاز). مسئله بازپاسخ یا قابل تعمیم نیست (0 امتیاز). مسئله به درستی حل شده است (3 امتیاز).
ارائه یک حل توسط دانش‌آموز	سیاتو و همکاران، 2013 وان هارپر و پرسمگ، 2013	مسئله به درستی درک شده و حل شده است اما خطای عملیاتی وجود دارد (2 امتیاز). داده‌ها و مطلوب‌ها را نمی‌تواند اعمال کند (1 امتیاز). خالی (0 امتیاز). دانش‌آموز چه قدر مسئله را درست حل کرده است.
دقت، صحت و درستی	نواک و همکاران، 1996 کای، 1998	کاملاً درست (3 امتیاز) تقریباً درست (2 امتیاز) نادرست (1 امتیاز) دقت ریاضی حل نوشته شده. دقیق (3 امتیاز) دقت نسبی (2 امتیاز) غیر دقیق (1 امتیاز)
مسئولیت‌پذیری و استقلال در کارگروهی	کرسپو و هارپر، 2020 هورن، 2012	امتیاز این مورد توسط داور در حین انجام کارگروهی شاگردان داده می‌شود.
زمینه	گوئنالس، 1994 کرسپو و هارپر، 2020	معمولی: موضوع به کار برده شده در مسئله به کرار توسط معلم در کلاس استفاده شده و یا در کتاب درسی دیده می‌شود (0 امتیاز). غیرمعمولی: موضوع به کار برده شده در مسئله به ندرت توسط معلم در کلاس استفاده شده و یا در کتاب درسی کمتر دیده می‌شود (1 امتیاز).
خلاقیت: 1. سیالی 2. انعطاف‌پذیری 3 و 4. اصالت	نواک و همکاران، 1996 لیکین و الگرابی، 2020	سیالی: تعداد مسائل طرح شده (هر مسئله 1 امتیاز) انعطاف‌پذیری: هر ویژگی اولیه کشف شده (10 امتیاز) ویژگی موجود در یک دسته اما با تغییر در نوع یا عملیات که منجر به یک ویژگی دیگر شده است (1 امتیاز). تکرار عملیات / نوع ویژگی کشف شده قبلی (0/1 امتیاز) اصالت: خصوصی که برای شرکت‌کنندگان جدید هستند. نماد P درصد شرکت‌کنندگان از بین کل آنها که پاسخ جدیدی ارائه داده‌اند. نوع کمیاب (P < 10%) (10 امتیاز) خصوصی که در گذشته آموخته نشده است اما مستقیماً از داده‌ها گرفته شده است. نوع کمتر کمیاب (P < 40%) (10 امتیاز) (1 امتیاز) اما نیازمند اثبات خاصیت بدیهی (قبلاً یادگرفته) -خاصیت تکراری که اکثر جمع موجود به طور مستقیم از داده‌ها گرفته‌اند. (P < 40%) (0/1 امتیاز) خلاقیت هر سؤال: برابر اصالت ضربدر انعطاف‌پذیری. خلاقیت کلی: مجموع خلاقیت‌ها ضربدر سیالی

1. Creativity
2. Fluency
3. Flexibility
4. Originality

پپچیدگی کم: مسائلی که معمولاً به یادآوری و بازساخت اطلاعات گذشته وابسته است. معمولاً یک رویه را به طور خودکار انجام می‌دهد. نوعاً مسائلی که با برداشتن یک گام، حل می‌شوند (10 امتیاز).	
پپچیدگی متوسط: در این مرحله، حل کننده مسئله از یک یادآوری ساده عبور کرده و نیاز به تفکر و انعطاف‌پذیری بیشتر و موارد تصمیم‌سازی و تصمیم‌گیری را شامل می‌شود. حل کننده از روش‌های غیررسمی استدلال و استراتژی‌های حل مسئله استفاده می‌کند. چنین مسائلی معمولاً ترکیبی از مهارت‌های ریاضی و دانش شامل استدلال، استراتژی‌های حل مسئله، کاربرد نظریه‌ها و همچنین دارای چند گام راه حل می‌باشد (1 امتیاز).	لئونگ و سیلور، 1997؛ توهی و همکاران، 2020
پپچیدگی زیاد: در این حالت تفکر حل کننده توسط درگیر کردن آنها در استدلال انتزاعی، برنامه‌ریزی، تحلیل، تعمیم، قضاوت و تفکر خلاق، ترکیب یا ساخت اتصال در چند گام راه حل ساخته می‌شود. حل کننده نیاز است به طور انتزاعی فکر کند و از روش‌های سطح بالا استفاده می‌کند (0/1 امتیاز).	
مدل نتیجه مجهول: متغیر مجهول در پایان مسئله است (0 امتیاز). مدل شروع مجهول: متغیر مجهول در ابتدای مسئله است (1 امتیاز).	کوبدینگر و ناتان، 2004؛ کانکوی و ازدر، 2017
دانش آموز چه قدر ساختار مسئله را بر اساس یک استراتژی حل مناسب درک می‌کند. کاملاً فهمیده شده (3 نمره) کمی فهمیده شده (2 نمره) فهمیده نشده (1 نمره)	انگلیش، 1997؛ کانکوی، 2014
بین چند مفهوم اتصال برقرار کرده است (1 امتیاز) اتصال بین مفاهیم یا با دنیای واقعی برقرار نکرده است (0 امتیاز)	گونزالس، 1994؛ پالمر و پومل، 2020
مسئله با استراتژی‌های مختلف حل شده است یا راه حل‌های چندگانه دارد (1 امتیاز) مسئله با یک استراتژی حل شده است یا راه حل چندگانه ندارد (0 امتیاز)	استویانوا، 2005؛ لیکین، 2009

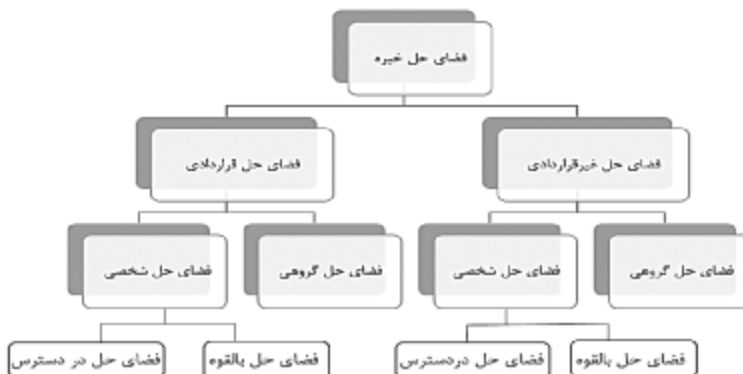
### فضاهای حل

فضاهای حل<sup>1</sup> را به عنوان ابزار مفیدی برای بررسی خلاقیت ریاضی موقع حل مسائل با راه حل‌های چندگانه می‌توان در نظر گرفت (لیکین، 2007). فضاهای حل مجموعه‌ای از راه حل‌ها به یک مسئله ریاضی است.

فضاهای حل و تکلیف بر مبنای راه حل چندگانه (لیکین و لف، 2007) عبارتند از فضای حل خبره (زرنگ): مجموعه تقریباً کاملی از راه حل‌ها به یک مسئله شناخته شده در یک زمان معین؛ فضای حل قراردادی (معمولی): راه حل‌های پیشنهاد شده به کمک کتاب‌های درسی و یا آنچه معلمان تدریس می‌کنند؛ فضای حل غیرقراردادی: راه حل‌هایی که استراتژی‌های آن در برنامه درسی وجود ندارد؛ فضای حل انفرادی: مجموعه‌ای از راه حل‌ها که توسط یک شخص برای یک مسئله خاص ارائه می‌شود؛ فضای حل انفرادی در

دسترس: راه حل‌هایی که شخص فوری ارائه می‌دهد و یا با تلاش خودش بدون کمک دیگران انجام می‌دهد؛ فضای حل انفرادی بالقوه: راه حل‌هایی که شخص با کمک دیگران انجام می‌دهد (متناظر با منطقه تقریبی رشد ویگوتسکی است)؛ فضای حل گروهی: راه حل‌هایی که توسط گروهی از اشخاص تولید می‌شود؛ فضای حل شخصی و گروهی زیرمجموعه فضای حل خبره هستند. شکل 6 رابطه سلسله مراتبی بین فضاهای حل را نشان می‌دهد.

برای این که معیار مشخصی برای نمره‌دهی خلاقیت دانش‌آموزان در نظر بگیریم، باید طرحواره مشخصی داشته باشیم و نمره را بر مبنای آن ارائه دهیم. توجه شود که فرض بر این است که مسئله‌ای با راه حل چندگانه به دانش‌آموزان داده شده است. در ادامه این طرحواره توضیح داده می‌شود.



شکل 6. رابطه سلسله مراتبی فضاهای حل

جدول 5. معیارهای ارزیابی خلاقیت در مسائل طرح شده (کای و لیکین، 2020)

نمرات معیارهای ارزیابی	10	1	0/1
مؤلفه‌های خلاقیت			
روانی یا سیالی			
تعداد مسائل طرح شده (n)			
انعطاف‌پذیری	هر ویژگی اولیه کشف شده ویژگی موجود در یک دسته اما با تغییر در نوع یا تکرار عملیات / نوع ویژگی عملیات که منجر به یک ویژگی دیگر شده است. کشف شده قبلی		
اصلت	خواصی که جدید از داده‌ها گرفته شده است.	برای خواصی که در گذشته آموخته نشده است اما مستقیماً خاصیت بدیهی (قبلاً یادگرفته) خاصیت تکراری که اکثر جمع موجود به طور مستقیم از داده‌ها گرفته‌اند.	
یادگیری در یک محیط هستند.	نوع کمیاب	نوع کمتر کمیاب	
جمعی شرکت‌کنندگان	نوع کمیاب	نوع کمتر کمیاب	
خلاقیت	$(P < 10\%)$	$(10\% \leq P < 40\%)$	$(P \geq 40\%)$
انعطاف‌پذیری ضربدر اصلت			

\*نماد P درصد شرکت‌کنندگان از بین کل آنها که پاسخ جدیدی ارائه داده‌اند.

### طرحواره نمره‌دهی بر مبنای مسئله‌ای با راه حل چندگانه

بر اساس این مفروضات و بر اساس این که آزمون طرح مسئله به صورت انفرادی یا گروهی (گروه کوچک و بزرگ) و متناسب با فضای حل باشد، ارزیابی می‌تواند متفاوت باشد. جدول 5 معیارهای ارزیابی مسائل طرح شده بر مبنای خلاقیت را نشان می‌دهد و در جدول 6 مثالی از لیکین و لف (2007) برای فهم بهتر آورده شده است.

مفروضات لیکین و لف (2007) در ارزیابی خلاقیت دانش‌آموزان بستگی به عملکرد آنها در حل مسئله با راه حل چندگانه دارد و با سیالی، انعطاف‌پذیری و اصلت مدل‌سازی می‌شود. این مفروضات عبارتند از:

از فواید نمره‌گذاری اعشاری این است که اگر امتیاز اصلت کل برای یک فضای حل برابر  $21/3$  باشد. ما می‌دانیم که 2 راه حل اصیل است که غیر قراردادی و بینش‌محور است. یک راه حل جزئی غیرقراردادی و مدل‌محور و سه راه حل قراردادی و الگوریتم‌محور است. درصدهای 15 و 40 نیز از روی آزمایش‌های متعدد گرفته شده است. همچنین برای انعطاف‌پذیری، مثلاً اگر امتیاز انعطاف‌پذیری کل برای یک

- ارزشیابی خلاقیت ریاضی به کمک یک مسئله با راه حل چندگانه، بستگی به خود مسئله دارد.
- در ارزیابی خلاقیت دانش‌آموزان به کمک مولفه‌های خلاقیت به دنبال آن هستیم که از نمره نهایی آن برآوردی داشته باشیم.
- تعاریف عملیاتی مولفه‌های خلاقیت برای هر مسئله می‌تواند متفاوت باشد.

جدول 6. مثالی از معیار خلاقیت برگرفته از لیکین و لف (2007)

سیالی	انعطاف‌پذیری $Flx_i$	اصلت $Or_i$	خلاقیت $Cr_i = Flx_i \times Or_i$
1	10	0/1	1
1	1	0/1	0/1
1	1	0/1	0/1
1	10	1	10
1	10	1	10
1	10	1	10
فقط برای الف	10	10	100
فقط برای الف	7	13/3	131/2
ب	5	2/3	21/2
		الف	918/4
		ب	106

مثال: به هر تعداد روش ممکن دستگاه‌های معادله خطی زیر را حل کنید.

$$\begin{cases} x + 3y = 10 & \text{ب)} \\ 2x + y = 15 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x + 2y = 10 & \text{الف)} \\ 2x + 3y = 10 \end{cases}$$

- 1 ترکیب خطی
- 2 جایگذاری
- 3 تساوی عبارت‌های جبری
- 4 رسم کردن نمودار
- 5 ماتریس‌ها
- 6 استراتژی آزمایش و خطا
- 7 در نظر گرفتن تقارن

کل  
بیشترین خلاقیت برای مسئله



جدول 9. معیارهای طرح مسئله پژوهشگران - ب

پژوهشگران	معیار استقلال در کار (گروهی) یا غیرمعمولی (اصالت) یا اصالت به تنهایی (ریاضی)	معمولی (سیالی، انعطاف‌پذیری، پیچیدگی) زبان شناختی یا ساختار ریاضی (نتیجه درک و اتصال)	استراتژی‌های حل و راه حل چندگانه
گونزالس			
نواک، هرمان و جیهارت	*		
سیلور و کای انگلیش		*	
لئونگ و سیلور کای		*	
کودینگر و ناتان استویانووا		*	*
لیکین	*	*	*
یوان و سریرامان هورن	*	*	*
کای، مویر، وانگ، هوانگ، نی و گاربر وان هارین و پرسمگ سیانو، هانگ، لان و چنگ	*	*	*
ایلدیز و ازدمیر کانکوی		*	*
پوترا، هرمان و سامارو کیلیک	*	*	*
کانکوی و ازدر ایردیک		*	*
لیکین و الکربلی توهی، وینارسو و هاک کرسپو و هارپر	*	*	*
جسی سی و آیدین پالمر و پوهل		*	*
فراوانی درصد	3 12%	5 20%	8 32%

شاگردان چه مسائلی طرح کرده‌اند باید به پاسخها مراجعه کرد و یا مصاحبه انجام شود. بنابراین طرح مسئله و حل مسئله به طور وسیعی در هم تنیده شده‌اند و نمی‌توان به صراحت آنها را از هم جدا کرد بلکه برای وضوح وضعیت مسئله طرح شده و حل آن به این صورت ارائه شده است تا در ارزیابی بهتر هر دو جنبه بررسی شوند. این چارچوب بر مبنای سه سؤال در دنیای واقعی در نظر گرفته شده است (موقعیت ساختاریافته) که توسط شاگردان طرح شده و سپس با روش‌های مختلف در حد امکان حل کرده‌اند. می‌توان برای یک یا دو سؤال نیز در نظر گرفت. 6 دسته از معیارهای طرح مسئله هستند که عبارتند از منطقی بودن که زیردسته‌های آن معقول و غیر معقول هستند (برای داده‌های منطقی هر سؤال 10 امتیاز و غیر منطقی 0/1 امتیاز قائل شده‌ایم. با توجه به سه سؤال بودن پس حداکثر امتیاز می‌تواند 30 باشد)؛ زبان و نگارش که زیردسته‌های آن واضح - قابل درک (زبان ریاضی مورد استفاده در مسئله واضح باشد تا حداکثر 10 امتیاز برای هر سؤال می‌توان امتیاز داده شود)، به کارگیری قواعد دستوری (گرامر فارسی آن مناسب باشد تا حداکثر 10 امتیاز داده می‌شود) و تمیز و خوانا (برای دست خط و تمیزی نیز تا حداکثر 10 امتیاز برای هر سؤال در نظر گرفته شده است)

معیارهای اتصال (8%)، مسئولیت و استقلال در کار گروهی و ساختار ریاضی (12%) کمتر پرداخته‌اند. البته هدف از انجام تحقیق و اهمیت موضوع و جامعه مورد مطالعه نیز در انتخاب معیارها می‌تواند مهم باشد. بنابراین یک نسخه واحد برای همه تحقیقات نمی‌توان تجویز کرد اما می‌توان ایده گرفت.

### ج) چارچوب پیشنهادی ارزیابی طرح مسئله

بر اساس تحلیل انجام شده یک چارچوب پیشنهاد شده است که در دو مرحله آزمون شده است و توسط اساتید آموزش ریاضی و اساتید ریاضی مورد بررسی قرار گرفته و روایی و پایایی آن به کمک نظریه تعمیم‌پذیری اعتباربخشی شده است. به دلیل این که طرح مسئله و حل آن به هم وابسته هستند و این دو با هم می‌توانند به ارزیابی بهتر محقق از فراگیر کمک کنند، بنابراین این چارچوب بر دو پایه طرح مسئله و حل مسئله بنا شده است. البته فضای حل مسئله نیز در انتخاب این ارزیابی مهم است (جدول 10).

آنچه در این چارچوب در نظر گرفته شده، می‌تواند برای حالت گروهی و انفرادی کاربرد داشته باشد؛ همچنین فضای حل نیز برای ارزیابی حائز اهمیت است. تفکیک دو جنبه طرح مسئله و حل مسئله بسیار مشکل است و برای درک این که

جدول 10. چارچوب پیشنهادی مؤلفین برای ارزیابی طرح مسئله

حداکثر امتیاز	توضیح	زیردسته	دسته	حوزه
30	اطلاعات داده شده در مسئله منطقی و قابل کاربرد در دنیای واقعی است. هر سؤال (10) داده‌ها غیر واقعی می‌باشند (0/1).	معقول غیر معقول	منطقی بودن	مسئله
90	زبان ریاضی مورد استفاده در مسئله واضح، قابل فهم و روان است (0/1 - 1 - 10). (توانایی استفاده از زبان ریاضی) در صورت مسئله به طور کامل از قواعد دستوری استفاده کرده است (0/1 - 1 - 10). دست خط خوانا و صفحه کاغذ تمیز و مرتب باشد (0/1 - 1 - 10). تعداد سؤالات درستی که دانش‌آموز برای یک مسئله تولید می‌کند (3). تعداد نوع سؤال مختلف طرح شده برای یک مسئله (فاقد ایده (0/1) - دارای ایده (1) - دارای ایده جدید (10)). حداکثر 3 سؤال	واضح - قابل درک و به کارگیری قواعد دستوری تمیز و خوانا سیالی انعطاف‌پذیری اصالت	زبان نگارش خلاقیت طرح مسئله	
900	مسائل نو و جدید که هیچ‌کس یا درصد کمی از افراد طرح می‌کنند. هر سؤال (0/1 - 1 - 10). (برای هر سؤال امتیاز خلاقیت مشخص و سپس محاسبه مجموع سه سؤال) و در نهایت ضربدر سیالی	خلاقیت برابر انعطاف‌پذیری ضربدر اصالت		
30	برای هر سؤال دارای پیچیدگی کم (0/1) - پیچیدگی متوسط (1) - پیچیدگی بالا (10) پیچیدگی کم؛ برای رسیدن به پاسخ یک گام نیاز است. پیچیدگی متوسط: برای رسیدن به پاسخ به 2 گام نیاز است. پیچیدگی بالا: برای رسیدن به پاسخ به حداقل سه گام نیاز است.	پیچیدگی مسئله (کم - متوسط - زیاد)	پیچیدگی	
30	برای هر سؤال که بازپاسخ (دارای چند پاسخ یا به روش‌های مختلف حل شده باشد) طراحی شده است (0-10).	بازپاسخ	ظرفیت سؤال	
30	اطلاعات داده شده در مسئله برای حل کردن و پیدا کردن راه حل کافی است (10). مسئله حل شدنی نیست (1).	سوال یا پاسخ دارای شکل یا نماد یا نمودار به کارگیری شکل مناسب در صورت سؤال (0-10)	سوال مناسب	
30	دانش‌آموز چه قدر مسئله را درست و دقیق حل کرده است (منطق قوی - مرتبط با موضوع - قابل فهم - فاقد عبارت غیر ضروری). (100)	قابل حل غیر قابل حل	حل‌پذیر بودن	
300	مسئله کامل حل نشده است و یا از تقریب استفاده کرده است (وابسته به موضوع دیگر است - نقص دارد - عبارتی فراموش شده است). (10) غیر قابل درک - داده‌ها فراموش شده اند. (0/1)	درست و دقیق حل کردن حل ناقص حل کردن (نسبتاً درست) نادرست حل کردن	صحت، دقت و درستی مسئله	
100	نسبت مفاهیم در فضای حل شخصی به مفاهیم در فضای حل خبره ضربدر میانگین نمره صحت و درستی	تعداد مفاهیم در فضای حل شخصی	اتصال مسئله	
30	به کارگیری عملیات صحیح ریاضی در جهت حل مسئله (10) عملیات ناقص و همراه با اشتباه است (1).	به کارگیری عملیات صحیح و کامل عملیات ناقص	عملیات ریاضی	
30	به کارگیری راهبرد حل مسئله (10) رسم شکل - حذف حالت‌های نامطلوب - الگوسازی و غیره	استفاده صحیح از راهبردهای حل مسئله	راهبردهای حل مسئله	
-100	اشتباهات مفهومی در صورت سوال یا پاسخ به ازای هر اشتباه مفهومی (10 امتیاز منفی)	اشتباهات مفهومی در صورت سوال یا پاسخ به ازای هر اشتباه مفهومی (10 امتیاز منفی)	اشتباهات مفهومی	
1500			مجموع امتیازها	

حداکثر 3 تا گرفتیم پس حداکثر امتیاز خلاقیت 900 خواهد شد؛ پیچیدگی شامل پیچیدگی مسئله می‌باشد که می‌تواند کم (0/1 امتیاز)، متوسط (1 امتیاز) و زیاد (10 امتیاز) باشد (پیچیدگی کم یعنی سؤالی طرح شده که برای رسیدن به (حداکثر 10 امتیاز برای هر سؤال)، است. حل‌پذیر بودن که خود شامل زیر دسته‌های قابل حل (هر سؤال 10 امتیاز) و غیر قابل حل (هر سؤال 1 امتیاز) می‌باشد. بنابراین حداکثر امتیاز برای طرح مسئله در چارچوب 1140 امتیاز در نظر گرفته شده است. 4 دسته هم برای حل مسئله در نظر گرفته

هستند؛ خلاقیت طرح مسئله شامل زیردسته‌های سیالی، انعطاف‌پذیری و اصالت است (امتیازدهی خلاقیت بر مبنای این سه زیر دسته با هم است. ابتدا امتیاز انعطاف‌پذیری و اصالت محاسبه می‌شود، انعطاف‌پذیری یعنی تعداد نوع سؤال‌های مختلفی که طرح شده و اصالت یعنی سؤال نو و بکر طرح شده باشد؛ برای هر سؤال حداکثر 10 امتیاز سپس برای نمره خلاقیت هر سؤال اصالت و انعطاف‌پذیری در هم ضرب می‌شوند یعنی برای سه سؤال حداکثر 300 امتیاز در نظر گرفته شده است. در نهایت امتیاز مجموع در سیالی نیز ضرب می‌شوند تا نمره کل خلاقیت محاسبه شود که در این جا با توجه به این که سیالی را تعداد سؤالات طرح شده تا

و 0/80 محاسبه شد. در نهایت در آزمون دوم نیز این معیارهای اصلاح شده مورد استفاده قرار گرفته است و نتایج مطلوبی داشتند. با استفاده از یافته‌های حاصل از هر دو طرح اندازه‌گیری نمره مشاهده شده فرد در یک آزمون با چارچوب ارزیابی شامل 11 معیار با اتکاپذیری 0/81 به مجموعه مرجع نمره می‌توان تعمیم داد. از یافته‌های حاصل از این پژوهش می‌توان در ارزیابی‌های مسائل طرح شده استفاده کرد. در جدول‌های 11 و 12 مؤلفه‌های واریانس الگوی طرح مطالعه تعمیم‌پذیری نمرات بدون معیار و با معیار و درصد توزیع واریانس کل را نشان می‌دهند. جدول 13 ضرائب فی و جی پیش‌بینی شده با مطالعه تصمیم‌گیری را نشان می‌دهد.

**جدول 11.** مؤلفه‌های واریانس توسط الگوی  $(r \times i \times s)$  مطالعه تعمیم‌پذیری از نمرات بدون معیار و درصد توزیع واریانس کل

ابعاد منبع	SS	df	MS	%
دانش‌آموزان (s)	131/02	15	8/73	15/9
سؤال‌ها (i)	0/41	2	0/21	0/0
ارزیاب‌ها (r)	68/02	2	34/01	22/04
s-i	90/06	30	3/00	26/84
s-r	45/84	30	1/53	13/47
i-r	0/78	4	0/20	0/0
s-i-r	39/86	60	0/66	21/71

**جدول 12.** مؤلفه‌های واریانس توسط الگوی  $(r \times i \times s)$  مطالعه تعمیم‌پذیری از نمرات با معیار و درصد توزیع واریانس کل

ابعاد منبع	SS	df	MS	%
دانش‌آموزان (s)	129/02	15	8/60	31/43
سؤال‌ها (i)	11/02	2	5/06	3/23
ارزیاب‌ها (r)	1/63	2	0/82	0/20
s-i	63/56	30	2/12	24/46
s-r	31/27	30	1/04	6/35
i-r	1/34	4	0/34	0/0
s-i-r	35/22	60	0/59	34/33

**جدول 13.** ضرائب فی و جی پیش‌بینی شده با مطالعه تصمیم‌گیری

تعداد ارزیابان	تعداد سؤالات	مطالعات تصمیم‌گیری			
		بدون معیار		با معیار	
		phi	G	phi	G
1	3	0/39	0/43	0/58	0/59
2	3	0/42	0/54	0/67	0/69
3	3	0/46	0/58	0/70	0/68
3	4	0/50	0/64	0/76	0/77
3	5	0/52	0/67	0/79	0/80
4	3	0/54	0/61	0/74	0/76

نتایج جدول 13 نشان می‌دهد که در نمره‌دهی بدون معیار، افزایش و کاهش تعداد سؤالات تأثیری روی ضرائب

شده است که عبارتند از صحت، دقت و درستی حل مسئله که زیردسته‌های آن درست و دقیق حل کردن (هر سؤال 100 امتیاز)، ناقص حل کردن (هر سؤال 10 امتیاز) و نادرست حل کردن (هر سؤال 0/1 امتیاز) هستند. پس حداکثر امتیاز 300 می‌تواند باشد. دسته اتصال شامل تعداد مفاهیم در فضای حل شخصی است. معیار صحت و درستی و اتصال نیز به گونه‌ای با هم مرتبط هستند. در فضای حل خبره ابتدا تمام مفاهیم، تعاریف و قضایای مرتبط با حل مسئله مشخص می‌گردد (مانند نقشه مفهومی)، سپس تعیین می‌شود که دانش‌آموز در فضای حل شخصی خود به چند مورد از آنها اشاره کرده است. نسبت این مقادیر را در میانگین نمره صحت و درستی ضرب می‌کنیم تا نمره اتصال به دست آید. زیر دسته عملیات ریاضی شامل به کارگیری عملیات صحیح (هر سؤال 10 امتیاز) و عملیات ناقص (هر سؤال 1 امتیاز) است. بنابراین حداکثر امتیاز این بخش 30 می‌باشد. دسته راهبردهای حل مسئله نیز برای هر راهبرد 10 امتیاز در نظر گرفته شده که با توجه به سه سؤال، حداکثر 30 امتیاز می‌شود. بنابراین حداکثر امتیاز برای حوزه حل مسئله 460 امتیاز انتخاب شده است. همچنین برای اشتباهات مفهومی شاگردان 100 امتیاز منفی در نظر گرفته شده است. در بین معیارها با توجه به اهمیت ارزیابی خلاقیت، معیار خلاقیت به دلیل اهمیت آن با توجه به پژوهش‌ها (مانند لیکین و لف، 2007؛ یوان و سریرامان، 2011) و نظر مؤلفین بیشترین امتیاز را دارد. در نهایت نمره بر مبنای 1500 در نظر گرفته شده که بر 100 تقسیم کرده و حداکثر امتیاز 15 به دست می‌آید.

در مطالعه حاضر ضریب پایایی و تعمیم با استفاده از الگوی طرح متقاطع با دو متغیر محاسبه شده است. مدل‌سازی نمره مشاهده شده در نظریه تعمیم‌پذیری برای طرح  $r \times i \times s$  است (دانش‌آموزان، سؤال‌ها و ارزیابان). با استفاده از تحلیل واریانس آنووا<sup>1</sup> و به کمک نرم‌افزار SPSS و EDUG ضریب تعمیم‌پذیری<sup>2</sup> در ارزیابی بدون معیار 0/41 و در ارزیابی با معیار 0/81 به دست آمد که نشان می‌دهد اعتبار معیارها مناسب بوده است. در طرح مطالعه تصمیم<sup>3</sup> نیز ضریب فی برای ارزیابی بدون معیار و با معیار به ترتیب 0/39

1. Anova
2. Generalizability Coefficient
3. Decision Study

و درستی حل مسئله، اتصال، عملیات ریاضی و راهبردهای حل مسئله است. یک معیار اشتباهات مفهومی نیز در چارچوب قرار داده شده است. البته لازم به ذکر است که بر حسب شرکت کنندگان، موضوع مورد بحث و فضای حل می‌توان تغییراتی نیز در آن اعمال کرد. این چارچوب توسط تعدادی از متخصصین ریاضی و آموزش ریاضی و معلمان هر سه مقطع تحصیلی مورد بررسی قرار گرفته و اصلاحات انجام گردیده و به کمک نظریهٔ تعمیم‌پذیری در دو مرحله آزمون شده است. در این پژوهش با استفاده از نظریهٔ تعمیم‌پذیری، نتایج حاصل از نمرهٔ دانش‌آموزان پایهٔ ششم (16 گروه) توسط دو طرح مختلف اندازه‌گیری مورد بررسی قرار گرفت. یافته‌های حاصل از هر دو طرح اندازه‌گیری نشان داد که خطای اندازه‌گیری تا حدودی از تغییرپذیری معیارهای آزمون تأثیر می‌پذیرد. در طرح دو رویه‌ای متقاطع سهم تغییرپذیری ارزیاب‌ها و اثرهای متقابل آن در مقابله با سهم تغییرپذیری سؤال‌ها آزمون کمتر بود. نتایج بررسی چارچوب ارزیابی با یافته‌های کان (2007) و کانکوی و ازدر (2017) سازگار است. لازم به ذکر است این چارچوب بر مبنای مسائل با راه حل‌های چندگانه و با فرض این که فراگیر سه مسئله مطرح و پاسخ می‌دهد طراحی شده است. در پژوهش‌ها می‌توان متناسب با مسائلی که مطرح می‌شود و فضای حل تغییراتی در آن اعمال کرد.

یافته‌های فراتحلیل این پژوهش نشان داد که اکثر تحقیقات انجام گرفته صرفاً به 9 معیار پرداخته‌اند. پژوهشگران بیشتر سعی در تکرار پژوهش‌های قبلی در قالبی نو و جامعه‌ای جدید داشته، یا با کمی تغییر به صورت دیگری بیان کرده‌اند (لی، 2020). به هر صورت، هنوز هم جوانب مهمی از معیارهای طرح مسئله ناشناخته مانده (مانند حوزهٔ عاطفی) که الزام است پژوهشگران با ژرف‌بینی بیشتری به کنکاش مسائل آن بپردازند و آنها را از زوایای گوناگون بررسی کنند. با توجه به مطالعهٔ نویسندگان، پژوهش‌های کمی در مورد معیارهای طرح مسئله در ایران انجام شده است. سیمای کلی نتایج به دست آمده از این پژوهش‌ها نشان می‌دهد که جایگاه طرح مسئله در پژوهش‌های اخیر بسیار مهم است و داشتن چارچوبی برای ارزیابی مسائل ضروری می‌باشد. استفاده از معیارهای نمره‌گذاری در ارزیابی عملکرد از نظر قابلیت اطمینان از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. نمره گذاری معیارها به ویژه در اندازه‌گیری عملکرد دانش‌آموزان بر اساس مهارت‌هایی مانند طرح مسئله ضروری است. از معیارهای نمره‌گذاری که توسط محققان مطالعه حاضر تهیه

فی و جی بیش از افزایش و کاهش ارزیابان دارد. زمانی که تعداد ارزیابان ثابت است و یک سؤال اضافه می‌شود ضریب جی از 0/58 به 0/64 تغییر می‌کند و 0/06 افزایش می‌یابد. زمانی که تعداد سؤالات ثابت است، اگر یک ارزیاب اضافه شود در این صورت ضریب جی از 0/58 به 0/61 افزایش می‌یابد. در این حالت نیز افزایش تعداد ارزیاب منجر به افزایش پایایی می‌شود. اما نسبت به افزایش سؤال رشد کمتری دارد. در نمره دهی با معیار، ارزیاب‌ها 0/2 درصد واریانس کل را اختصاص دادند در حالی که سؤال‌ها 3/23 درصد واریانس کل را به خود اختصاص دادند. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که افزایش تعداد سؤالات تأثیر بیشتری بر پایایی دارد.

### نتیجه‌گیری و بحث

مطالعهٔ حاضر به بررسی روش‌شناختی و محتوایی پژوهش‌های انجام شده در مورد معیارها و چارچوب‌های ارزیابی طرح مسئله پرداخته و سپس چارچوبی بر مبنای پژوهش‌ها برای ارزیابی طرح مسئله پیشنهاد شده است. در فراتحلیل کیفی 25 پژوهش مورد تحلیل و بررسی قرار داده شده است. 9 معیار مشترک بین اکثر محققین تعیین شد که پژوهشگران به ترتیب بر معیارهای ارائه یک راه حل توسط دانش‌آموز؛ عبارت ریاضی، سازگاری مسئله و قابلیت حل‌پذیری؛ دانش زبان‌شناختی و بیان، کمیت و کیفیت داده‌ها؛ مسائل بازپاسخ یا قابل تعمیم، استراتژی‌های حل و راه حل چندگانه؛ خلاقیت ریاضی و پیچیدگی ریاضی یا زبان‌شناختی تأکید داشته‌اند. معیارهای اتصال، مسئولیت و استقلال در کارگروهی و ساختار ریاضی پژوهشگرانی کمی به آنها پرداخته‌اند. طریقهٔ نمره‌دهی معیارها و اشتراکات و تفاوت‌ها در مدل‌های ارائه شده توسط محققین مشخص گردید. پژوهشگران به فراخور تحقیق خود برخی از معیارها را مورد استفاده قرار داده‌اند و با بررسی مؤلفین چارچوب ارزیابی طرح مسئلهٔ جامعی بین آنها یافت نشد. بر مبنای فراتحلیل کیفی انجام شده چارچوبی پیشنهادی شامل طرح مسئله و حل مسئله با 11 معیار در دو حوزهٔ طرح مسئله و حل مسئله برای ارزیابی پیشنهاد شده است که با توجه به آزمون‌های انجام شده در دو مرحله کارایی آن مورد تأیید قرار گرفته است. معیارهای طرح مسئله شامل منطقی بودن، زبان و نگارش، خلاقیت طرح مسئله، پیچیدگی، ظرفیت سؤال و حل‌پذیر بودن است. معیارهای حل مسئله شامل صحت، دقت



مانند طرح مسئله نیمه ساختاریافته و آزاد نیز انجام داد. در مطالعات آینده می‌توان اثربخشی استفاده از معیارهای ارائه شده در مطالعه فعلی را در یاددهی و یا ارزیابی طرح مسئله بررسی کرد.

ریحانی، ابراهیم و حق جو، سعید (1399). حل مسئله ریاضی از نظریه تا عمل. چشم اندازی برای آموزش معلمان ریاضی. دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران.

علی نژاد، مهرانگیز (1393). روند پژوهش‌های حوزه یادگیری الکترونیکی در ایران با رویکرد فراتحلیل. فصلنامه علمی پژوهش در یادگیری آموزشگاهی و مجازی 7(3)، 19-28.

فرخی، نور علی و بهرامی، لیلا (1395). معرفی نظریه تعمیم‌پذیری و تشریح فرآیند یک مطالعه اندازه‌گیری جهت سنجش اعتبار. فصلنامه اندازه‌گیری تربیتی، 6(24)، 43-81.

کیامنش، علیرضا (1372). نظریه تعمیم‌پذیری در اندازه‌گیری آموزشی. مجله روان‌شناسی و علوم تربیتی، شماره 1(52).

گال، مریدیت دامین؛ بورگ، والتر و گال، جویس (1383). روش‌های تحقیق کمی و کیفی در علوم تربیتی و روان‌شناسی. (احمدرضا نصر اصفهانی و همکاران، مترجمان). تهران: دانشگاه شهید بهشتی.

مکنون، رضا و سلیمی، جلیل (1394). فراتحلیل کیفی پژوهش‌های علمی ناظر بر مسئله حکمرانی در ایران. مدیریت دولتی، دانشکده مدیریت دانشگاه تهران، 10(1).

Bicer, A., Lee, Y., Perihan, C., Capraro, M. M., & Capraro, R. M. (2020). Considering mathematical creative self-efficacy with problem posing as a measure of mathematical creativity. *Educational Studies in Mathematics*, 105(3), 457-485.

Brown, S. I., & Walter, M. I. (1993). *Problem posing in mathematics education. Problem Posing: Reflection and Applications*, Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, 16-27.

Brown, S. I., & Walter, M. I. (2005). *The art of problem posing*. Psychology Press.

Cai, J. (1998). An investigation of US and Chinese students' mathematical problem-posing and problemsolving. *Mathematics Education Research Journal*, 10(1), 37-50.

Cai, J., & Hwang, S. (2020). Learning to teach through mathematical problem posing: Theoretical considerations, methodology, and directions for future research. *International Journal of Educational Research*, 102.

Cai, J., & Leikin, R. (2020). Affect in mathematical problem posing: conceptualization, advances, and future directions for research. *Educational Studies in Mathematics*, 105(3), 287-301.

شده است، می‌توان برای ارزیابی مهارت‌های طرح مسئله استفاده کرد. هنگام اندازه‌گیری مهارت‌های طرح مسئله، می‌توان از شاگردان خواست تا سه مسئله را برای افزایش قابلیت اطمینان معیارهای اندازه‌گیری طرح کنند. مطالعات آینده را می‌توان با در نظر گرفتن مدل‌های دیگر طرح مسئله

## منابع

اسکندری، مجتبی، ریحانی، ابراهیم (1393). بررسی فرایند طرح مسئله در آموزش ریاضی. *دوفصلنامه نظریه و عمل در برنامه درسی*. 1393; 2 (3): 117-140.

ایزدی، مهدی، ریحانی، ابراهیم (1399). استفاده از یک تکلیف غیرمعمول برای بررسی دانش تکلیف - ریاضی و دانش محتوایی عمومی معلمان دوره ابتدایی استان تهران از مفهوم کسر. *فصلنامه علمی پژوهش در یادگیری آموزشگاهی و مجازی* 7(4)، 55-70.

حق جو، سعید؛ ریحانی، ابراهیم (1396). دیدگاه معلمان ابتدایی در مورد مسائل باز-پاسخ، اولین همایش کشوری دانش موضوعی - تربیتی (دانش‌آموزمحتوا) آموزش ریاضی در ابتدایی - سمنان. 2 اسفندماه 1396.

ذاکر صالحی، غلامرضا (1386). فراتحلیل مطالعات انجام شده در زمینه جذب نخبگان و پیشگیری از مهاجرت آنان. *مجله جامعه‌شناسی ایران* 1(8)، 81-101.

educational Studies in Mathematics, 105(3), 287-301.

Cai, J., Hwang, S., Jiang, C., & Silber, S. (2015). Problem-posing research in mathematics education: Some answered and unanswered questions. In *Mathematical problem posing* (pp. 3-34). Springer, New York, NY.

Cai, J., Moyer, J. C., Wang, N., Hwang, S., Nie, B., & Garber, T. (2013). Mathematical problem posing as a measure of curricular effect on students' learning. *Educational Studies in Mathematics*, 83(1), 57-69.

Çakır, A., & Akkoç, H. (2020). Examining socio-mathematical norms related to problem posing: a case of a gifted and talented mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 105(1), 19-34.

Cankoy, O. (2014). Interlocked problem posing and children's problem posing performance in free structured situations. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 12(1), 219-238.

Cankoy, O., & Özder, H. (2017). Generalizability theory research on developing a scoring rubric to assess primary school students' problem

- posing skills. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 13(6), 2423–2439.
- Chen, L., Van Dooren, W. V., & Verschaffel, L. (2015). Enhancing the development of Chinese fifth-graders' problem-posing and problem-solving abilities, beliefs, and attitudes: A design experiment. In F. M. Singer, N. F. Ellerton, & J. Cai (Eds.), *Mathematical problem posing from research to effective practice* (pp. 309–328). New York, NY: Springer.
- Crespo, S., & Harper, F. (2020). Learning to pose collaborative mathematics problems with secondary prospective teachers. *International Journal of Educational Research*, 102, 101430.
- Ekici, D. (2016). Ortaokul öğrencilerinin matematiksel problem kurma stratejilerinin incelenmesi. Unpublished master dissertation. University of Dokuz Eylül, İzmir.
- English, L. D. (1997). Promoting a problem-posing classroom. *Teaching Children Mathematics*, 4(3), 172–179.
- English, L. D. (1998). Children's problem-posing within formal and informal contexts. *Journal for Research in Mathematics Education*, 29(1), 83–106.
- Erdik, C. (2019). Investigation of Mathematics Teachers' Opinions about Problem Posing. *Journal on Mathematics Education*, 10(1), 1–20.
- Ervynck, G. (2002). Mathematical creativity. In *Advanced mathematical thinking* (pp. 42–53). Springer, Dordrecht.
- Garwood, J. D., McKenna, J. W., Roberts, G. J., Ciullo, S., & Shin, M. (2021). Social studies content knowledge interventions for students with emotional and behavioral disorders: A meta-analysis. *Behavior modification*, 45(1), 147–176.
- Geçici, M. E., & Aydın, M. (2020). Determining the Geometry Problem Posing Performances of Eighth Grade Students in Different Problem Posing Situations. *International Journal of Contemporary Educational Research*, 7(1), 1–17.
- Gonzales, N. A. (1994). Problem posing: A neglected component in mathematics courses for prospective elementary and middle school teachers. *School Science and Mathematics*, 94(2), 78–84.
- Gonzales, N. A. (1998). A blueprint for problem posing. *School Science and Mathematics*, 98(8), 448–456.
- Guilford, J. P. (1967). The nature of human intelligence.
- Güveli, E. (2015). Prospective elementary mathematics teachers' problem posing skills about absolute value. *Turkish Journal of Teacher Education*, 4(1), 1–17.
- Harper, F. K. (2019). Collaboration and Critical Mathematical Inquiry: Negotiating Mathematics Engagement, Identity, and Agency. *Occasional Paper Series*, 2019(41), 5.
- Horn, I. S. (2012). *Strength in Numbers*. Reston, VA: National Council of Teachers.
- Hsiao, J. Y., Hung, C. L., Lan, Y. F., & Jeng, Y. C. (2013). Integrating Worked Examples into Problem Posing in a Web-Based Learning Environment. *Turkish Online Journal of Educational Technology-TOJET*, 12(2), 166–176.
- Kan, A. (2007). Effects of using a scoring guide on essay scores: Generalizability theory. *Perceptual and Motor skills*, 105(3), 891–905.
- Khajidmaa, O. (2020). Examining Mathematical Creativity Among Mongolian Ninth-Grade Students Using Problem-Posing Approach.
- Kılıç, C. (2017). A new problem-posing approach based on problem-solving strategy: Analyzing pre-service primary school teachers' performance. *Educational Sciences: Theory & Practice*, 17(3).
- Klein, S., & Leikin, R. (2020). Opening mathematical problems for posing open mathematical tasks: what do teachers do and feel?. *Educational Studies in Mathematics*, 105(3), 349–365.
- Koedinger, K. R., & Nathan, M. J. (2004). The real story behind story problems: Effects of representations on quantitative reasoning. *The journal of the learning sciences*, 13(2), 129–164.
- Lee, S. Y. (2020). Research Status of Mathematical Problem Posing in Mathematics Education Journals. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 1–17.
- Leikin, R. (2009). Exploring mathematical creativity using multiple solution tasks. In *Creativity in mathematics and the education of gifted students* (pp. 129–145). Brill Sense.
- Leikin, R. (2015). Problem posing for and through investigations in a dynamic geometry environment. In *Mathematical problem posing* (pp. 373–391). Springer, New York, NY.
- Leikin, R., & Elgrably, H. (2020). Problem posing through investigations for the development and evaluation of proof-related skills and creativity skills of prospective high school mathematics teachers. *International Journal of Educational Research*, 102, 101424.
- Leikin, R., & Lev, M. (2007, July). Multiple solution tasks as a magnifying glass for observation of mathematical creativity. In *Proceedings of the 31st international conference for the psychology of mathematics education* (Vol. 3, pp. 161–168).

- Leung, S. S., & Silver, E. A. (1997). The role of task format, mathematics knowledge, and creative thinking on the arithmetic problem posing of prospective elementary school teachers. *Mathematics Education Research Journal*, 9(1), 5–24.
- Liljedahl, P., & Sriraman, B. (2006). Musings on mathematical creativity. *For the learning of mathematics*, 26(1), 17–19.
- Luna Scott, C. (2015). *The Futures of Learning 3: What kind of pedagogies for the 21st century?*.
- McLoughlin, C., & Lee, M. J. (2008). The three p's of pedagogy for the networked society: Personalization, participation, and productivity. *International Journal of Teaching and Learning in Higher Education*, 20(1), 10–27.
- Munakata, M., Vaidya, A., Monahan, C., & Krupa, E. (2021). Promoting Creativity in General Education Mathematics Courses. *PRIMUS*, 31(1), 37–55.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1995). *Assessment standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- Nedaei, M., Radmehr, F., & Drake, M. (2021). Exploring undergraduate engineering students' mathematical problem-posing: the case of integral-area relationships in integral calculus. *Mathematical Thinking and Learning*, 1–27.
- Novak, J. R., Herman, J. L., & Gearhart, M. (1996). Establishing validity for performance-based assessments: An illustration for collections of student writing. *The Journal of Educational Research*, 89(4), 220–233.
- Palmér, H., & van Bommel, J. (2020). Young students posing problem-solving tasks: what does posing a similar task imply to students?. *ZDM*, 1–10.
- Pehkonen, E. (1993). On teachers' criteria to assess mathematical activities. In *Proceedings of the seventeenth PME conference (Vol. 1, pp. 220–227)*.
- Pólya, G. (1954). *Mathematics and plausible reasoning: Induction and analogy in Mathematics (Vol. 1)*. Princeton University Press.
- Putra, H. D., Herman, T., & Sumarmo, U. (2017). Development of student worksheets to improve the ability of mathematical problem posing. *International Journal on Emerging Mathematics Education*, 1(1), 1–10.
- Ross, J., Curwood, J. S., & Bell, A. (2020). A multimodal assessment framework for higher education. *E-Learning and Digital Media*, 17(4), 290–306.
- Schindler, M., & Bakker, A. (2020). Affective field during collaborative problem posing and problem solving: a case study. *Educational Studies in Mathematics*, 1–22.
- Shavelson, R. J., & Webb, N. M. (1991). *A primer on generalizability theory*. Sage Publications.
- Silver, E. A. (1994). On mathematical problem posing. *For the learning of mathematics*, 14(1), 19–28.
- Silver, E. A., & Cai, J. (1996). An analysis of arithmetic problem posing by middle school students. *Journal for research in mathematics education*, 521–539.
- Singer, F. M., Ellerton, N. F., & Cai, J. (Eds.). (2015). *Mathematical problem posing: From research to effective practice*. Springer.
- Sriraman, B. (2005). “Are giftedness and creativity synonyms in mathematics?”. *Journal of Secondary Gifted Education*, 17(1), 20–36.
- Sriraman, B. (2006). Conceptualizing the model-eliciting perspective of mathematical problem solving. In *Proceedings of the Fourth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (pp. 1686–1695)*.
- Stoyanova, E. (1997). *Extending and exploring students' problem solving via problem posing: A study of years 8 and 9 students involved in mathematics challenge and enrichment stages of Euler enrichment program for young Australians (Unpublished doctoral dissertation)*. Edith Cowan University, Perth, Australia.
- Stoyanova, E. (2005). *Problem-Posing Strategies Used by Years 8 and 9 Students*. *Australian Mathematics Teacher*, 61(3), 6–11.
- Stoyanova, E., & Ellerton, N. F. (1996). A framework for research into students' problem posing in school mathematics. *Technology in mathematics education*, 518–525.
- Suryanti, S., & Arifani, Y. (2021). The Relationship between Blended Mathematics Professional Training and Teachers' Creativity and Effectiveness. *International Journal of Instruction*, 14(2), 139–154.
- Timulak, L. (2009). Meta-analysis of qualitative studies: A tool for reviewing qualitative research findings in psychotherapy. *Psychotherapy Research*, 19(4-5), 591–600.
- Toheri, T., Winarso, W., & Haqq, A. A. (2020). Where Exactly for Enhance Critical and Creative Thinking: Where Exactly for Enhance Critical and Creative Thinking: The Use of Problem Posing or Contextual Learning.
- Torrance, E. P. (1974). “Norms-technical manual: Torrance Tests of Creative Thinking”, Lexington, MA: Ginn and Company.
- Ümit, K. U. L., & ÇELİK, S. (2020). A Meta-Analysis of the Impact of Problem Posing Strategies on Students' Learning of Mathematics. *Revista Romaneasca pentru Educatie Multidimensionala*, 12(3), 341–368.

- Van Harpen, X. Y., & Presmeg, N. C. (2013). An investigation of relationships between students' mathematical problem-posing abilities and their mathematical content knowledge. *Educational Studies in Mathematics*, 83(1), 117–132.
- Voica, C., Singer, F. M., & Stan, E. (2020). How are motivation and self-efficacy interacting in problem-solving and problem-posing?. *Educational Studies in Mathematics*, 105(3), 487–517.
- Yildiz, Z., & Ozdemir, A. S. (2014). A STUDY ON THE PROBLEM POSING PERFORMANCE OF STUDENT MATHEMATICS TEACHERS. *International Journal of Academic Research*, 6(5).
- Uan, X., & Sriraman, B. (2011). An exploratory study of relationships between students' creativity and mathematical problem-posing abilities: Comparing Chinese and US students. In *The elements of creativity and giftedness in mathematics* (pp. 5–28). Brill Sense.

7) ابزار تحلیل داده‌ها چه بوده است؟ کمی، کیفی یا هر دو با توصیف دقیق

ابزار

- 8) نوع سوالات پژوهش چگونه بوده است. چپستی، چرایی، چگونگی؟
- 9) آیا تحقیق دربردارنده نظریه یا آموزه نظری خاصی است؟
- 10) رویکرد یا تئوری نهفته در تحقیق چیست؟ اگر کمی است از چه نظریه‌ای استفاده شده است و اگر کیفی است منجر به چه نظریه‌ای شده است؟
- 11) نتیجه کلی که از این تحقیق به دست آمده است چیست؟
- 12) آیا نتایج تحقیق با اهداف پژوهش هماهنگی داشته است؟ نکات حائز اهمیت که می‌توان در این اثر مد نظر و تحلیل قرار داد کدامند؟

### پیوست

چک لیست مورد استفاده در پژوهش (گال و همکاران، 1383 با کمی جرح و تعدیل)

- 1) قالب اثر مورد نظر چیست؟ مقاله ژورنالی یا پایان نامه
- 2) تمرکز موضوعی این اثر بر چیست؟
- 3) دوره زمانی انتشار اثر مربوط به چه تاریخی است؟ رویکرد تحقیق چیست؟
- 4) روش تحقیق چه بوده است؟
- 5) میدان مطالعه کجا بوده است؟
- 6) ابزار گردآوری داده‌ها چه بوده است؟